RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 Aprile 1922.

V. VOLTERRA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Fisica. — *Sull'assorbimento della gravitazione.* Nota VIII del Corrisp. QUIRINO MAJORANA.

ALTRO METODO DI CONSTATAZIONE DELL'ASSORBIMENTO. — Il dispositivo descritto nelle Note precedenti, oltre ad aver fornito una conferma nel modo già visto del fatto dell'assorbimento gravitazionale, consente, se adoperato in guisa alquanto diversa, una nuova verifica dello stesso fatto, la quale concorda con la precedente, anche dal punto di vista quantitativo, come ora farò vedere.

Nelle precedenti esperienze, il cubo di piombo di circa 10 tonnellate, indicato in P'P' nella fig. 4, veniva a imprigionare in M la sfera di piombo di 1274 gr., pur rimanendo questa sospesa, per mezzo del filo F, al braccio destro della soprastante bilancia. Nelle nuove esperienze, che ora descriverò, quella sfera è stata spostata in M_1 oppure in M_2, opportunamente scorciando od allungando il filo F, e naturalmente anche le protezioni tubulare e sferica, non indicate in figura, destinate a permettere di praticare il vuoto intorno alla sfera stessa. Le due posizioni M_1 ed M_2 vengono controllate esattamente al catetometro, e sono precisamente tali che il centro della prima è 5 cm. più in alto della faccia superiore di P'P' e quello della seconda altrettanto più in basso della inferiore. Per ciascuna di tali posizioni ho proceduto come per la primitiva posizione M; ho cioè osservato l'influenza dei piombi in PP e in P'P' (fig. 2), sull'equilibrio della bilancia, servendomi a tal uopo, come prima, del *controllo a mercurio*, e

procedendo alternativamente a letture con *sfera-contrappeso* (essendo la sfera ora in M_1 ora in M_2), o con *tara-contrappeso*. Per le ragioni che presto esporrò, in questa nuova serie, è stato più che mai necessario determinare frequentemente la sensibilità della bilancia, la qual cosa è resa in ogni momento possibile e rapida mediante il descritto cavalierino magnetico A_1 A_2 A_3 (fig. 3).

È ovvio comprendere che sperimentando così, si sieno constatate delle notevolissime deviazioni nella posizione di riposo del giogo, dovute all'attrazione dei piombi sulla sfera, eguale nei due casi, ma volta ora in basso (per M_1), ed ora in alto (per M_2); ciò è dovuto al fatto che la sfera non

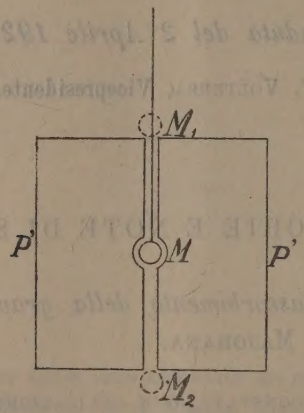


Fig. 4

è più centrata rispetto al cubo, e l'attrazione, così generata, può, secondo la legge di Newton, venir calcolata a priori rigorosamente. Ciò è possibile mediante la formula già vista nella Nota VI, e che ci ha servito per calcolare l'attrazione A_1 della zattera quadrata di legno: basta in essa fare: $2a = b =$ cm. 95 (lato del cubo); $l =$ cm. 5; $\vartheta = 11{,}33$ (densità del piombo); e lasciare i valori già visti agli altri simboli. Si trova così che il valore di tale attrazione F è:

$$F = 0{,}21312 \text{ dine} = 0{,}21738 \text{ mg.}$$

Vediamo ora se il risultato sperimentale concorda con questa previsione. Anche qui si debbono eseguire delle correzioni all'effetto lordo osservato portando i piombi da PP a P'P', quando il giogo è carico col sistema *sfera-contrappeso*, e ciò tanto che la sfera sia in M_1 che in M_2. E propriamente si tratta ancora di correggere l'*errore magnetico, quello proveniente dall'attrazione della zattera, l'altro dovuto a quella delle masse sussidiarie* e finalmente *un quarto dipendente dall'attrazione dei piombi sul contrappeso*. Ora, riflettendo al modo con cui questi errori si manifestano,

si vede che il primo e l'ultimo sono indipendenti dalla posizione della sfera, e per conseguenza hanno ancora il valore già visto, per il caso della sfera in centro. Il secondo ed il terzo debbono necessariamente esser differenti da quelli rispettivamente calcolati altra volta, perchè provengono precisamente da un'azione attrattiva sulla sfera, la cui posizione, nelle due nuove serie di esperienze, è mutata.

Oltre a ciò si deve osservare che scopo delle attuali misure è quello di determinare l'attrazione del cubo, la quale attrazione è di segni opposti nei due casi, cioè per quello della sfera in M_1 oppure in M_2. Per cui se diciamo *positiva* l'attrazione su M_1, diremo *negativa* quella su M_2. Ho dunque proceduto in guisa analoga al caso della sfera in centro al calcolo delle correzioni da apportarsi alle ricercate attrazioni nei due casi: esse, che come si è detto, sono quattro, sono qui sotto trascritte:

	Sfera in alto	Sfera in basso
	—	—
Errore magnetico	— 0,00147	+ 0,00147
Attrazione zattera	— 0,00092	+ 0,00242
Attrazione masse sussid. .	— 0,00092	+ 0,00447
Attrazione sul contrappeso .	+ 0,00275	— 0,00275
Totale correzioni, mg.	— 0,00056	+ 0,00561

Passo ora a dire delle osservazioni compiute. Esse sono costituite dà 16 serie, di cui 8 per il caso della sfera in alto (ossia in M_1) e 8 per quello della sfera in basso; ogni serie risulta da un numero di determinazioni di effetto attrattivo (ciascuna delle quali è ricavata, come altra volta, dalla lettura di 9 elongazioni, con piombi in PP od in P'P') variabile, a seconda dei casi, da 9 a 20. Le dette serie sono state eseguite in gruppi alternati, per ciascuno dei quali la sfera conservava la stessa posizione M_1 od M_2. Si comprende quindi come tali gruppi si sieno susseguiti ad intervalli di tempo di parecchi giorni, dovendosi ogni volta aprire la bilancia e cambiare la lunghezza del filo F (fig. 4) e della sua custodia, per portare la sfera ora in basso ora in alto. Delle determinazioni di ciascuna serie è stata presa la media, e si è corretta questa conformemente alla tabella ora trascritta. Le medie così corrette, corrispondenti alle 16 serie, sono qui sotto riportate secondo l'ordine in cui vennero osservate, ed a fianco di ciascuna è altresì annotata la sensibilità media della bilancia, constatata durante il tempo impiegato per l'osservazione relativa: tale sensibilità è quella che ha servito alla trasformazione dei mm. letti sulla scala in mg., e corrisponde a deviazioni della bilancia per 1 mg. di sovraccarico.

Data	Posizione sfera	Attrazione	Sensibilità
		mg.	mm/mg.
25 VI 1921	alto	0,19296	179,7
26 »	»	0,19012	177,7
28 »	»	0,19292	177,4
30 »	basso	0,19636	171,7
1 VII 1921	»	0,19966	169,0
1 »	»	0,19670	169,5
2 »	»	0,19566	169,4
9 »	alto	0,19527	156,3
11 »	»	0,19944	150,9
12 »	»	0,19632	154,5
12 »	»	0,19623	150,9
12 »	»	0,20023	133,5
14 »	basso	0,20515	139,2
14 »	»	0,20240	139,1
15 »	»	0,20101	140,6
17 »	»	0,20340	161,7

Dall'esame di questa tabella si rileva anzitutto che il valore dell'attrazione constatato in ogni caso è alquanto più piccolo di quello previsto teoricamente (mg. 0,21738) e che inoltre esso è variabile da serie a serie. Avendo eseguito con ogni cura il campionamento del cavalierino di 1 mg. circa, impiegato per le varie determinazioni di sensibilità, tanto che esso sia da ritenersi approssimato al vero a meno dell'1 $^{0}/_{00}$, non può dipendere da analogo errore la differenza constatata persino del 5 % con l'attrazione calcolata. Si comprende dunque che vi debba essere qualche altra causa, finora non discussa a cui si deve tale scarto, non bastando pensare che questo sia dovuto ad errore saltuario di osservazione, nel quale caso i valori su riportati sarebbero stati ora più piccoli ora più grandi di quello calcolato.

Volendo ricercare quella causa, rilevo anzitutto che vi è una certa dipendenza fra le varie sensibilità determinate nella guisa anzidetta, e le constatate attrazioni. Codesta dipendenza è messa in chiaro rilievo dalla fig. 5, nella quale si sono riportate le dette attrazioni su uno degli assi coordinati, e le sensibilità sull'altro; inoltre, le attrazioni per la *sfera in alto* sono indicate con cerchietti, e quelle per la *sfera in basso* con crocette. Dalla figura si rileva che in genere le attrazioni più forti corrispondono alle sensibilità più piccole; e la retta AB lascia quasi tutte le osservazioni per la *sfera in alto* al disotto, e tutte le osservazioni per la *sfera in basso* al disopra. Si possono poi tracciare le due altre rette a tratto pieno della figura come corrispondenti rispettivamente alle due posizioni della sfera, le quali, con una certa probabilità compatibile con l'approssimazione del metodo, rap-

presentano il fenomeno della variabilità (apparente) dell'attrazione con la sensibilità; nel tracciarle si tiene presente il criterio che tali rette (o, se del caso, curve) debbono essere fra loro parallele, giacchè non v'è ragione che i due diagrammi si svolgano con leggi differenti (a meno di un termine costante). Le due rette segnate sono una al disopra ed una al disotto di AB. Si debbono dunque interpretare due fatti: la inclinazione delle rette segnate, e la differenza costante di due loro ordinate, corrispondenti alla stessa ascissa.

Il primo di tali fatti si spiega tenendo presente quanto fu esposto nella Nota II. Il coltello centrale del giogo non ha, come si disse, lo spigolo perfettamente tagliente; esso è alquanto arrotondato, e feci vedere come se ne

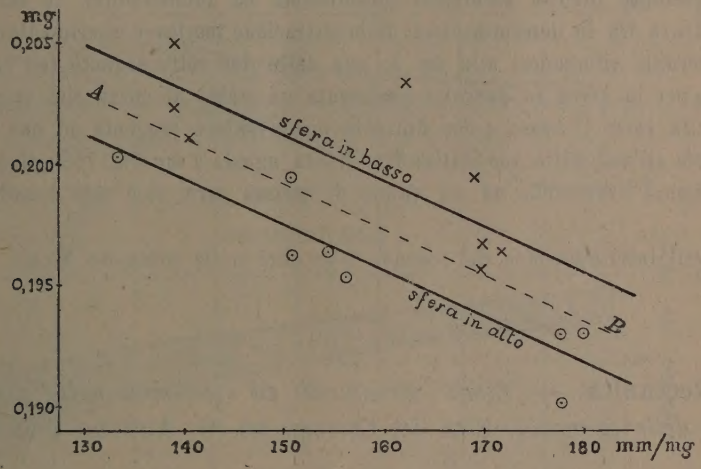


Fig. 5.

possa determinare il raggio di curvatura al suo punto di contatto col piano di agata. La tabella numerica riportata in quella Nota si riferisce precisamente alla bilancia Rueprecht da me adoperata, nelle condizioni delle esperienze di cui qui è cenno; per cui la curvatura del detto coltello è al suo punto centrale di circa 5 micron. Ma dissi anche, come vi sia ragione di ritenere che tale curvatura non sia costante; e propriamente come essa sia più grande per i punti laterali della sezione del coltello. In dipendenza da tale fatto, se si determina la sensibilità della bilancia *a giogo inclinato* essa deve risultare alquanto maggiore di quella corrispondente *a giogo orizzontale*. Ora con la parola sensibilità si dovrebbe intendere il rapporto $d\alpha/dP$ tra un angolo infinitesimo $d\alpha$ ed un sovraccarico pure infinitesimo dP, a differenza di quanto si è costretti a fare sperimentalmente. In pratica, infatti, io aggiungo 1 mg., che produce complessivamente un certo spostamento angolare del giogo che viene a rappresentare in certo modo la media di tutte le sensibilità comprese fra 0 ed il detto spostamento. Ora, l'attrazione che si tratta di

determinare, ha un valore corrispondente a $^1/_5$ di mg. circa, quindi, ad essa non corrisponde che uno spostamento angolare della bilancia all'incirca $^1/_5$ di quello che il mg. intiero occasiona. E siccome a tale spostamento deve corrispondere, per quanto si è detto, una sensibilità vera media alquanto minore di quella apprezzata con l'uso del mg., si comprende come servendosi di quest'ultima determinazione si sia portati a valutare come più piccola l'attrazione cercata, giacchè si divide la deviazione dell'indice luminoso per un numero troppo grande. Si vede inoltre che l'effetto viene esagerato al crescere della sensibilità totale per mg. Se poi la sensibilità fosse piccolissima od, al limite, fosse zero, rimanendo la curvatura dello spigolo del coltello costante (dentro escursioni piccolissime od infinitesime), vi sarebbe coincidenza fra le determinazioni della attrazione teorica e sperimentale. In altri termini riferendoci alla fig. 5, una delle due rette segnate (ed invero quella per la *sfera in basso*) è realmente un tratto di curva che volge la concavità verso il basso, e che finirebbe per diventare tangente ad una retta parallela all'asse della sensibilità di ordinata uguale a mg 0,21738; il punto di tangenza avverrebbe ad un valore di ascissa zero, cioè alla sensibilità nulla.

Dell'interpretazione del secondo fatto dirò nella prossima Nota.

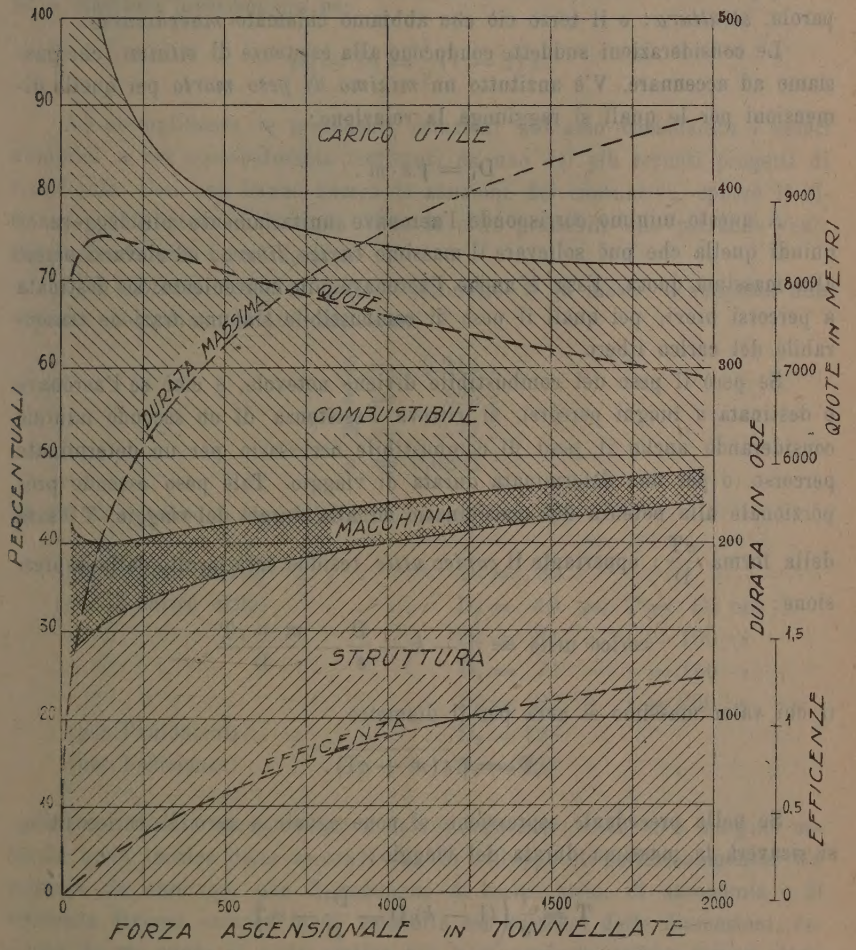
Meccanica. — *Limiti strutturali ed economici nelle dimensioni delle aeronavi.* Nota del Corrisp. col. G. Arturo Crocco.

In navigazione aerea con mezzi galleggianti, come in navigazione marina, vi è vantaggio a crescere le dimensioni, poichè la potenza necessaria ad imprimere una determinata velocità cresce in misura minore che non la totale forza di galleggiamento di cui si dispone. Per navi od aeronavi di forme simili la potenza varia all'incirca col quadrato delle dimensioni, mentre la totale forza di galleggiamento cresce col cubo: cosicchè la potenza unitaria, cioè il rapporto tra la potenza totale e la forza di galleggiamento varia in *ragione inversa delle dimensioni.*

Ne segue che anche il peso del macchinario, riferito alla totale forza di galleggiamento, segue la stessa legge.

Contro questo vantaggio delle dimensioni sta un inconveniente; ed è che il peso della *struttura* cresce in misura maggiore della forza di galleggiamento. Ma non è possibile determinare una legge generale. Per formularne una che abbia il merito della semplicità, divideremo la struttura in due parti: una soggetta a cimenti di tensione o compressione varianti direttamente colle forze ascensionali; e un'altra soggetta a cimenti varianti in ragione delle superfici, o non soggetta a cimenti precisabili.

Il peso della prima parte varierà come il prodotto dei volumi per le lunghezze: cioè come la quarta potenza delle dimensioni; quello della seconda parte varierà come i prodotti delle superfici per le distanze, cioè come il cubo delle dimensioni. E tale per ragioni prudenziali si supporrà la va-



riazione del peso in quegli organi ove i cimenti non siano di natura precisabile.

Cosicchè, eseguendo il rapporto tra questi pesi e la totale forza ascensionale, si avrà un termine crescente in ragione diretta delle dimensioni, ed un termine costante.

In conseguenza, la percentuale (o *frazione*) della forza di galleggiamento assorbita dal *peso morto* dell'aeronave, potrà scriversi sotto la forma

seguente, nella quale si è messo in evidenza il *diametro*, D, della sezione maestra:

$$\text{Percentuale peso morto} = k + \frac{D}{s} + \frac{m}{D}$$

I primi due termini concernono ciò che abbiamo chiamato, in una sola parola, *struttura*: e il terzo ciò che abbiamo chiamato *macchinario*.

Le considerazioni suddette conducono alla esistenza di *minimi*, che passiamo ad accennare. V'è anzitutto un *minimo di peso morto* per quelle dimensioni per le quali si raggiunga la relazione:

$$D_1 = \sqrt{s \cdot m}\ .$$

A questo minimo corrisponde l'aeronave unitariamente più leggera: e quindi quella che può sollevare il massimo *carico libero*; ed elevarsi perciò alla massima quota. Essa è anche l'aeronave più conveniente, se destinata a percorsi brevi, pei quali il peso di combustibile sia una frazione trascurabile del carico libero.

Se però il peso del combustibile diviene notevole, e cioè se l'aeronave è destinata a lunghi percorsi, si ritrova l'esistenza di un secondo minimo considerando anche il peso di combustibile necessario per un determinato percorso, o per una determinata durata di viaggio. Tale peso essendo proporzionale alla potenza del macchinario ed alla durata del viaggio, T, sarà della forma $\frac{cT}{D}$; eppertanto il *carico utile* residuo sarà fornito dalla espressione:

$$\text{carico utile} = 1 - k - \frac{D}{s} - \frac{m + cT}{D}\ ,$$

il cui valor massimo si avrà per il diametro

$$D_2 = \sqrt{s\,(m + cT)}\ .$$

Se nella precedente espressione si pone eguale a *zero* il carico utile, si ricaverà la massima durata del viaggio:

$$T = \frac{1}{c}\left((1 - k)\,D - \frac{D^2}{s} - m\right)$$

che diviene *optima* per

$$D_3 = \frac{1}{2}(1 - k)\,s\ ;$$

diametro limite corrispondente alla massima *autonomia* conseguibile.

Questo limite coincide con quello della migliore *efficienza economica*; cioè con quello che si ottiene ricercando il valor massimo del rapporto tra carico utile e combustibile.

Questo rapporto assume la forma

$$\text{efficienza} = \frac{(1-k)\,D - \frac{D^2}{s} - m - cT}{cT};$$

ed è massimo precisamente per

$$D_4 = D_3 = \frac{1}{2}(1-k)\,s.$$

Ad esemplificare le precedenti relazioni abbiamo considerato i valori numerici a noi personalmente risultanti da uno dei più recenti progetti di semirigido. Essi non hanno ancora la sanzione dei consuntivi, epperò li citiamo a solo titolo di esempio circa le cifre probabili che potranno venir raggiunte da una buona tecnica.

Noi abbiamo desunto, posto il diametro D in metri; e supposta una velocità di crociera di 100 km. orarii:

$$k = 0.215;$$
$$s = 325;$$
$$m = 2.77;$$
$$c = 0.0861;$$

da cui si ricavano i seguenti limiti, in cifre tonde:

(per il peso morto)	$D_1 =$	30		
(per il carico utile)	$D_2 =$	48	per T =	50 ore
	$D_2 =$	61	» » =	100 »
	$D_2 =$	71	» » =	150 »
	$D_2 =$	86	» » =	200 »
(per l'autonomia)	$D_3 =$	128		
(per l'efficienza)	$D_4 =$	12^8		

Questi limiti corrispondono a volumi rilevanti: onde vi è margine notevole nella tecnica delle aeronavi per lo sviluppo di perfezionamento. V'è soltanto da osservare che il guadagno di carico utile, di autonomia e di efficienza diviene sempre meno sensibile col crescere delle dimensioni, cosicchè da un punto di vista pratico non è conveniente andare troppo oltre. Abbiamo perciò ritenuto di aggiungere un diagramma dei pesi morti, dei carichi utili, e delle efficienze; e lo abbiamo disegnato per l'autonomia di 200 ore, riferendolo alle forze di galleggiamento totali, espresse in tonnellate. Si vede che l'utilità di aumentare le dimensioni è sensibile sino ad unità di circa 1000 tonnellate, corrispondenti al diametro di 60 metri.

Geofisica. — *Primi risultati di una recente campagna geomagnetica nella regione Adriatica.* Nota del Corrispondente Luigi Palazzo.

Variazioni secolari magnetiche negli ultimi anni. — Alcune serie di misure magnetiche ripetutamente fatte a Terracina (prov. di Roma), in varie occasioni fra gli anni 1888 e 1913, m'avevano palesato, nell'andamento delle variazioni cosidette secolari, le particolarità seguenti (1): che la declinazione magnetica (occidentale) la quale, nel precedente secolo e nel primo decennio di questo, diminuiva di anno in anno quasi uniformemente in ragione di 5-6 primi, aveva assunto dipoi un decremento annuale assai più forte, quasi 10′; che l'inclinazione (boreale), dopo avere a lungo mantenuto il decremento annuo di circa 2′, era nei tempi più recenti quasi stazionaria; che l'intensità orizzontale, crescente nello scorso secolo di circa 20 unità γ in ogni anno, intorno al 1907 aveva toccato un massimo, e poi aveva preso lentamente a discendere.

Fatti analoghi erano emersi da un mio studio (2) sulle variazioni magnetiche a Teodosia, città dell'Oriente europeo molto distante bensì da Terracina, ma a latitudine solo poco diversa; quivi pure, io ebbi a notare la variazione più rapida della declinazione negli ultimi anni (3); la stazionarietà, o quasi, dell'inclinazione avanti la fine del secolo, seguìta da aumento; il passaggio dell'intensità orizzontale per un massimo, verificatosi a Teodosia, assai prima che a Terracina, cioè nel 1891 (4), seguìto da una diminuzione sempre più accelerata verso il presente.

Gli inconsueti eventi del magnetismo terrestre posti in luce nel mio lavoro di Terracina, dopo cessato il periodo bellico e riprese le corrispondenze e gli scambi di pubblicazioni scientifiche fra gli Stati d'Europa, ebbi piacere di vederli confermati anche dai risultati raccolti all'estero in osser-

(1) *Misure magnetiche e confronti magnetometrici a Terracina* (Ann. Uff. Centr. Meteor. Geod., vol. XXXVII, parte 1ª, 1915).

(2) *L'eclisse totale di Sole del 21 agosto 1914 osservata dalla missione italiana in Teodosia (Crimea)* (Mem. Soc. Spettroscopisti, vol. VI, 1917).

(3) Anche per Massaua ho riconosciuto un maggiore decrescimento annuo della declinazione (occidentale) nel corrente secolo, in confronto di prima (*Misure magnetiche in Eritrea*, Ann. Uff. Cent. Meteor. Geod., vol. XXXV, parte 1ª, 1913).

(4) In 16 anni, adunque, il punto dove l'intensità orizzontale ha compiuto il suo massimo, avrebbe trasmigrato successivamente da oriente ad occidente, percorrendo i 22 gradi circa di parallelo che separano Teodosia da Terracina.

vatorii magnetici permanenti; ed a tale riguardo mi basterà citare, per tutti, il lavoro di Ad. Schmidt dell'Osservatorio di Potsdam (1).

Necessità di nuove carte magnetiche per l'Italia. — Le carte magnetiche generali dell'Italia, pubblicate a cura del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica (2), sono state costruite in base ai rilievi fatti da Chistoni e da Palazzo fra gli anni 1881 e 1892: i valori degli elementi magnetici, allora raccolti, furono tutti ridotti all'epoca comune 1892.0. Le dette carte rappresentano pertanto la distribuzione del geomagnetismo in Italia quale era un trentennio addietro. Per desumere da tali carte i valori degli elementi negli anni successivi, si era soliti ad applicare le variazioni per ogni anno, così come apparivano essere dalle precedenti misure, ossia approssimativamente i valori medi: $\Delta D = -5',5$ per la declinazione, $\Delta I = -1',5$ per l'inclinazione, $\Delta H = +21\gamma$ per l'intensità orizzontale (il segno — indica *diminuzione*, il segno + *aumento* del valore numerico col progredire del tempo). A vero dire, siffatto procedimento di calcolo extrapolatorio pecca di soverchio semplicismo, e può portare col tempo ad incertezze più o meno gravi. Infatti le variazioni secolari sono soggette ad oscillazioni (dipendenti forse dai fenomeni di attività solare), ed inoltre non sono sensibilmente le stesse per tutti i punti compresi nell'ámbito della carta magnetica di cui si fa uso (in ispecie se questa abbracci considerevole estensione di territorio); e ciò porta di conseguenza che, quanto più ci allontaniamo dall'epoca di riferimento della carta, tanto più è da temersi che la fisonomia delle effettive linee isomagnetiche sia alterata. Una revisione generale delle carte magnetiche, sulla scorta di nuove misure, a certa scadenza sempre si impone.

Tuttavia le nostre carte avrebbero potuto, ancora per qualche tempo, servire abbastanza bene per gli usi pratici correnti, se non fossero sopravvenuti gli inopinati cambiamenti nelle variazioni secolari, di cui al precedente paragrafo, ed i quali — possiamo dire — non hanno che contribuito ad un più precoce invecchiamento delle carte stesse. Di qui la necessità di rimettere carte e tabelle a giorno senza ulteriori indugi.

D'altronde nuove carte magnetiche per l'Italia vengono richieste da più parti. È stato proposto che una carta magnetica del nostro paese abbia a

(1) *Die Säkularänderung der erdmagnetischen Elemente im westlichen Europa während der letzten Zeit* (Meteor. Zeitschrift, 1919). Nel lavoro sono calcolate alcune formole che, pel periodo di tempo considerato e per l'Europa media ed occidentale, esprimono le variazioni secolari in funzione della latitudine e longitudine dei luoghi: ed il prof. Schmidt stesso si è compiaciuto molto di verificare che i risultati da me ottenuti a Terracina erano in ottimo accordo con le sue formole, la cui validità si estenderebbe pertanto anche alla media Europa meridionale.

(2) Ann. Uff. Centr. Meteor. Geod., vol. XIV, parte 1ª, 1892; Atti I. Congr. Geogr. It., Genova 1892; Atti V. Congr. Geogr. It., Napoli 1904.

figurare anche nell'Atlante fisico-economico d'Italia, di cui si è trattato nell'VIII Congresso Geografico Italiano, tenutosi a Firenze nella primavera dello scorso 1921. La R. Marina desidera avere gli elementi per tracciare la carta odierna delle isogone del bacino Mediterraneo, ad uso dei naviganti (1). L'Istituto Geografico Militare, pei bisogni della guerra, ebbe a stampare una carta delle isogone ridotta all'epoca 1917, ma pur sempre derivata da quella antica nostra del 1892: epperciò l'Istituto intende ora allestire una nuova edizione della carta con tutte le varianti che possono essere intervenute da allora fino ad oggi.

Programma di lavoro per un nuovo rilevamento magnetico dell'Italia. — Stando così le cose, il Ministero dell'Agricoltura, su mia proposta appoggiata dal Consiglio Direttivo di Meteorologia e Geodinamica nella sessione del febbraio 1921, mi affidò il cómpito di eseguire i nuovi rilievi magnetici che si ritenevano necessari per la rifazione delle carte. È chiaro che per mettere queste in corrente, non occorre rioccupare tutte indistintamente le stazioni fatte in precedenza, ma basta scegliere un limitato numero di punti, opportunamente distribuiti, pei quali si posseggano buone serie di misure prese in varie epoche anteriori: quivi solo si rinnovano le osservazioni, allo scopo di accertare bene l'andamento e l'importo delle variazioni avvenute nel corso del tempo. Conosciuta con esattezza la legge di variazione per sufficienti punti, si potrà estenderla per interpolazione a tutte le stazioni della precedente rete magnetica, e ricavare così gli elementi per il disegno delle nuove carte.

Fu stabilito di ripartire il lavoro in due anni, ossia di intrapprendere nel 1921 il rilevamento della regione adriatica, lungo le due sponde orientale ed occidentale, e di compiere poi, nel successivo 1922, l'esplorazione dei litorali e delle isole del Tirreno e del Jonio.

Risultati della campagna adriatica 1921. — Nella presente Nota intendo offrire alla R. Accademia un sommario resoconto dei risultati d'osservazione della campagna magnetica da me svolta nell'Adriatico dal 27 agosto al 21 dicembre 1921, e che comprende 19 *stazioni di ripetizione*. I dati numerici sono consegnati nel quadro che segue.

(1) La cessata i. r. Marina austriaca, parecchi anni prima del conflitto europeo, aveva provveduto alla verifica della declinazione magnetica lungo la sponda orientale dell'Adriatico. Gli altri elementi del magnetismo non furono però considerati. Le nuove misure di declinazione furono eseguite nel 1907 dall'allora capitano di fregata W. Kesslitz, dirigente la sezione geofisica dell'Ufficio Idrografico di Pola. Questi stesso nel 1914 sollecitava perchè da parte di noi italiani si procedesse ad una analoga ricognizione per la riva occidentale adriatica. Si era allora rimasti d'accordo che l'Ufficio meteorologico italiano avrebbe iniziato il lavoro nella successiva primavera; ma la guerra, scoppiata poco appresso, mandò a monte il progetto.

Determinazioni magnetiche nella regione adriatica, 1921.

STAZIONI	Latitudine Nord φ	Longitudine Est da Green. λ	Declinazione occidentale D	Inclinazione boreale I	Intensità orizzontale H	DATA delle osservazioni
Costa orientale:					Γ	1921
Trieste	45.38,9	13.47,6	6.51,0	60.59,7	0,21745	IX/16, 17
Pola (Ospedale) (1)	44.51,9	13.51,3	6.37,7	60.19,7	0,22070	IX/21,22
Pola (Osservatorio)	44 51,8	13 50,8	6.37,0	60.14,5	0,22082	IX/23, 24, 25
Zara	44.06,4	15.14,4	6.27,0	59.48,5	0,22398	IX/27, 28, 29
Spálato	43.30,2	16.26,7	5.54,7	59.09,2	0,22690	X/1, 2, 3
Lissa	43.03,9	16.11,4	5.34,1	58.21,5	0,23205	X/6, 7
Lágosta	42.45,9	16.54,3	5.15,1	58.08,8	0,23281	X/10, 11
Antivari	42.05,3	19.05,7	4.39,4	57.22,7	0,23625	X/17, 18
Corfù (2)	39.36,6	19.54,9	4.17,3	54.36,1	0,24872	X/25, 26
Costa occidentale:						
Venezia (Lido)	45.25,7	12.23,1	7.19,8	61.02,3	0,21701	IX/2, 3
Ravenna (Porto Corsini)	44.29,3	12.16,6	7.24,7	60.02,3	0.22191	VIII/29, 30
Ancona	43.36,1	13.30,8	6.37,8	59.10,1	0,22657	XII/19, 20
Pescara	42.27,6	14.13,3	6.23,6	58.05,9	0,23183	XII/15, 16, 17
Trémiti (S. Nicola)	42.07,1	15.30.3	5.59,3	57.30,2	0,23461	XII/2, 3, 5, 6
Manfredonia	41.38,1	15.55,6	5.45,9	56.58,2	0,23761	XII/10, 11
Molfetta	41.12,5	16.34,9	5.27,2	56.27,8	0,23987	XI/25, 26, 27, 28
Brindisi	40.38,8	17.56,7	4.54,9	55.49,7	0,24311	XI/6, 7, 8
Taranto	40.27,9	17.15,0	5.11,8	55.39,9	0,24352	XI/21, 22, 23
Otranto	40.08,4	18.29,4	4.45,2	55.14,9	0,24564	XI/11, 12, 13
Capo Leuca	39.47,7	18.22,3	4.48,6	54.57,9	0,24677	XI/16, 17, 18

Avverto che i valori su riportati sono il risultato, bensì definitivo, del calcolo delle osservazioni fatte; ma queste non sono ancora state depurate dalle variazioni diurne (siano queste ordinarie, o siano accidentali cioè do-

(1) L'Osservatorio di Pola, su Monte Zaro, già da parecchi anni, trovasi in condizioni alquanto anormali di funzionamento, a causa di masse di ferro vicine e, molto più ancora, a causa delle correnti elettriche delle linee tramviarie che passano lì presso, al piede dell'altura. I disturbi si rendono visibili specialmente nelle registrazioni della forza verticale. Io tuttavia, a scopo di confronti, volli pure fare determinazioni assolute nel padiglione magnetico dell'Osservatorio (in parte durante le ore notturne, cessato il traffico tramviario cittadino). Ma come valori normali degli elementi magnetici a Pola debbono prendersi quelli ottenuti in località appartata dai tramvai, per la quale scelsi un vasto campo annesso all'Ospedale Provinciale, sul Monte S. Michele.

(2) Corfù propriamente è isola del Jonio, ma ho creduto bene di comprendere pur essa nel viaggio di esplorazione lungo l'Adriatico orientale. Analogamente, nel gruppo delle stazioni occidentali ho incluso Taranto, sebbene sul Jonio.

vute a perturbazioni) del magnetismo terrestre, nè sono state ricondotte ad un'epoca rigorosamente comune per tutte le stazioni. Siffatte riduzioni io farò in un secondo tempo, allorchè potrò avere a mia disposizione gli spogli delle registrazioni giornaliere del magnetografo di Pola, per gli ultimi mesi del 1921.

Ciò malgrado, siccome ebbi sempre cura di osservare gli elementi magnetici maggiormente variabili (D e H) scegliendo quelle ore del giorno, nelle quali è noto che D e H passano generalmente pel valore medio diurno, e siccome le misure in ciascuna stazione furono ripetute anche in più giorni, così ho motivo di ritenere che i numeri della tabella corrispondano già fin d'ora, con buona approssimazione, ai valori medî normali diurni, riferibili all'epoca media 1921,8, tanto da potermi permettere di trarre adesso, in prima analisi, qualche utile deduzione.

Correlazione fra i valori magnetici e le coordinate geografiche delle stazioni. — Nella tabella ho ordinato le stazioni, in ciascun gruppo, secondo la latitudine discendente; così a colpo d'occhio chiunque rileva che i valori dell'inclinazione I e quelli dell'intensità H risultano anch'essi ordinati scalarmente fra le stazioni procedenti dal nord al sud. Col diminuire della latitudine, decresce assai regolarmente l'inclinazione ed aumenta invece la forza orizzontale. La tabella non offre eccezioni; quindi è escluso che esistano forti anomalie nei punti esplorati. Un breve calcolo poi ci mostra che per ogni grado di discesa nella latitudine, l'inclinazione diminuisce per poco più di 1° (più precisamente, in media 1°,1), e la forza H aumenta per circa 535 γ; questi rapporti si mantengono sensibilmente gli stessi per l'una e l'altra sponda.

In quanto alla declinazione, si rende invece manifesta la sua stretta dipendenza dalla longitudine, e cioè D diminuisce procedendo sul parallelo da occidente verso oriente. Lungo entrambe le rive adriatiche troviamo che la variazione in D è di circa 25′ per 1° di longitudine.

Confronti con le carte magnetiche del 1892. — Riesce istruttivo fin da ora il confronto degli attuali valori degli elementi magnetici con quelli desumibili dalle nostre carte di trent'anni or sono. Da esse carte, per ciascuno dei punti esplorati, mediante interpolazione grafica fra le linee isomagnetiche disegnate, estraggo i valori proprî dell'epoca 1892,0: applico loro, moltiplicando per 30, le variazioni annuali medie precedentemente note ed assegnate alle vecchie carte (v. al paragrafo 2° di questa Nota), e così riporto ognuno dei valori al tempo 1922,0: infine ne faccio le differenze coi risultati attuali (1). Queste differenze sono esposte nella seguente tabella,

(1) Nel calcolare queste differenze considero della declinazione (tuttora occidentale ovunque in Italia) il valore numerico senza attribuirgli il segno —, come sarebbe conforme alla convenzione in uso.

in forma di *correzioni* delle carte, vale a dire i numeri sono quelli che bisogna aggiungere o togliere ai valori dedotti, nel solito modo, dalle carte per avere i valori veri, ottenuti nella recente campagna.

CORREZIONI ALLE CARTE MAGNETICHE DEL 1892,0.

STAZIONI	in D	in I	in H	STAZIONI	in D	in I	in H
Costa orientale			*c. g. s.*	*Costa occiden.*			*c. g. s.*
Trieste	— 37′	+ 24′	— 54.10^{-4}	Venezia	— 37′	+ 29′	— 60.10^{-4}
Pola	— 47	+ 19	— 51.	Ravenna . . .	— 37	+ 15	— 54.
Zara	— 39	+ 26	— 54.	Ancona . . .	— 49	+ 20	— 54.
Spálato	— 42	+ 32	— 68.	Pescara . . .	— 44	+ 19	— 62.
Lissa	— 37	+ 20	— 50.	Tremiti . . .	— 41	+ 19	— 59.
Lágosta	— 49	+ 29	— 64.	Manfredonia . .	— 41	+ 22	— 56.
Antivari (1) . .	— 44	+ 35	— 66.	Molfetta . . .	— 45	+ 22	— 56.
Corfù	— 47	+ 33	— 69.	Brindisi . . .	— 48	+ 30	— 62.
				Taranto . . .	— 49	+ 22	— 58.
				Otranto . . .	— 44	+ 32	— 61.
				Capo Leuca . .	— 42	+ 34	— 64.
Correzioni medie	— 43	+ 27	— 59.10^{-4}	Correzioni medie	— 43	+ 24	— 59.10^{-4}

I numeri della tabella sono fra di loro in accordo molto soddisfacente, specialmente se si considerano le imperfezioni inerenti all'impiego del graficismo.

Le differenze fra i valori desunti dalle carte e quelli osservati ora, nel 2° semestre 1921, sono notevoli, e bene giustificano la nostra impresa della ripetizione delle misure. Infatti le carte finora usate portano, nell'attuale momento, per la declinazione a valori superiori ai reali di 43′, in media; nell'inclinazione dànno valori al disotto del vero per 25′ circa: invece la componente orizzontale della forza magnetica risulta troppo alta per 0,0059.

Possiamo anche dire che nel bacino Adriatico la declinazione, dal 1892 al 1922, è diminuita globalmente di 3° 28′, in media, quindi assai più del previsto: l'inclinazione è discesa di poco, circa 20′: l'intensità mostra un aumento poco sensibile, appena 40 γ. Se tali cangiamenti si fossero compiuti con uniformità, secondo una funzione lineare del tempo (il che sappiamo bene che non è), per le *variazioni secolari medie*, nell'intervallo 1892-1922 e nell'Adriatico,

(1) Siccome Antivari e Corfù giacciono fuori del quadro delle nostre carte magnetiche, così pei detti due punti mi riferisco alla carta austriaca del 1890, annessa alla Memoria di Laschober e Kesslitz (*Magnetische Beobachtungen an den Küsten der Adria in den Jahren 1889 und 1890*, Pola 1892).

potremmo assumere: $\Delta D = -6',9$, $\Delta I = -0',7$, $\Delta H = +1,3\,\gamma$: quantità quest'ultima quasi evanescente. La realtà è che l'intensità H, dopo il 1892, in Italia ha continuato ancora a crescere, ma con moto rallentato, poi ha raggiunto il massimo, ed ora è nella fase inoltrata di decrescimento, come fu dimostrato per Terracina.

Queste nozioni sulle variazioni magnetiche secolari sono qui date a titolo provvisorio, poichè sull'argomento dovremo tornare in seguito, con un altro scritto, ove le studieremo a fondo, facendo tesoro di tutte le osservazioni fatte in tempi diversi del passato, nelle stazioni di ripetizione, allo scopo di determinare la forma della funzione rappresentatrice delle variazioni stesse.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sur les fonctions génératrices des polynomes de Laguerre.* Nota di A. Angelesco, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Le polynome $P_n(x)$ qui satisfait à l'équation différentielle

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + (x+1)\frac{dy}{dx} - ny = 0\,, \tag{1}$$

où n est un entier positif, a été rencontré et étudié par Laguerre [1] dans son mémoire sur l'intégrale

$$\int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x}\,dx\,.$$

Laguerre donne [2] aussi le développement

$$\frac{1}{1-\alpha}\,e^{\frac{\alpha x}{1-\alpha}} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n P_n(x)\,. \tag{2}$$

1. Formons une équation aux dérivées partielles à laquelle doivent satisfaire toutes les fonctions génératrices de la forme

$$z(\alpha\,,x) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n C_n P_n(x)\,, \tag{3}$$

où C_n est un coefficient ne dépendant pas de x et α.

[1] Œuvres de Laguerre, t. 1, pag. 428.
[2] Loc. cit., pag. 436.

Considérons, pour cela, la relation

$$x\,P_n''(x) + (x+1)\,P_n'(x) - n\,P_n(x) = 0\,. \tag{4}$$

En la multipliant par $C_n\,\alpha^n$ et en faisant en suite la somme des relations obtenues en donnant à n les valeurs $0, 1, 2, \ldots$, ad inf., on voit facilement que toute fonction de la forme (3) satisfait à l'équation aux dérivées partielles

$$x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + (x+1)\frac{\partial z}{\partial x} - \alpha\frac{\partial z}{\partial \alpha} = 0\,. \tag{5}$$

Ordonons la série (3) suivant les puissances de x

$$z(\alpha, x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n\,\varphi_n(\alpha)\,. \tag{6}$$

Entre les fonctions $\varphi_n(\alpha)$ on doit avoir la relation

$$n^2\,\varphi_n(\alpha) + (n-1)\,\varphi_{n-1}(\alpha) - \alpha\,\varphi_{n-1}'(\alpha) = 0\,,$$

qu'on obtient en remplaçant dans l'équation (5) z par la série (6).

En prenant pour $\varphi_0(\alpha)$ une fonction arbitraire $\varphi(\alpha)$, cette relation nous montre sans difficulté que l'on a

$$\varphi_n(\alpha) = \frac{\alpha^n}{(n!)^2}\,\varphi^{(n)}(\alpha)\,,$$

en désignant par $\varphi^{(n)}(\alpha)$ la dérivée d'ordre n par rapport à α de $\varphi(\alpha)$. Le développement (6) deviendra donc

$$z(\alpha, x) = \varphi(\alpha) + \frac{\alpha x}{1^2}\,\varphi'(\alpha) + \ldots + \frac{\alpha^n x^n}{(n!)^2}\,\varphi^{(n)}(\alpha) + \ldots \tag{7}$$

où $\varphi(\alpha)$ représente une série entière en α. On a ainsi une expression de la fonction génératrice des polynomes $P_n(x)$, qui pour $x = 0$ se réduit à une série entière en α, donnée à priori.

En faisant dans (7) $\varphi(\alpha) = \dfrac{1}{1-\alpha}$ on retrouve la fonction génératrice (2).

Si l'on prend

$$\varphi(\alpha) = \int_a^b \frac{f(u)}{u-\alpha}\,du\,,$$

$f(u)$ étant une fonction arbitraire et α en dehors de l'intervalle (a, b), on trouve

$$z(\alpha, x) = \int_a^b e^{\frac{\alpha x}{u-\alpha}} \frac{f(u)}{u-\alpha}\, du. \tag{8}$$

De même, en supposant $\varphi(\alpha)$ holomorphe à l'intérieur du contour C, on a, par la formule de Cauchy,

$$z(\alpha, x) = \frac{1}{2\pi i} \int_C e^{\frac{\alpha x}{u-\alpha}} \frac{\varphi(u)}{u-\alpha}\, du, \tag{9}$$

α étant à l'intérieur du contour C.

Remarque. — Si l'on fait dans (7) $\varphi(\alpha) = \alpha^n$, alors $z(\alpha, x)$ se réduit à $\alpha^n P_n(x)$. Par suite, de (9), la représentation par intégrale

$$P_n(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_\Gamma e^{\frac{x}{z-1}} \frac{z^n}{z-1}\, dz,$$

Γ étant un contour ayant le point 1 à son intérieur.

2. Considérons l'intégrale

$$y = \int_{-\infty}^0 e^{u-x} \frac{P_n(u)}{x-u}\, du \qquad x > 0, \tag{10}$$

qui est analogue à l'intégrale de F. Neumann pour les fonctions sphériques de seconde espèce. Il est facile de voir que cette intégrale est aussi une solution de l'équation différentielle (1). En effet, si nous remplaçons dans l'intégrale (10) $P_n(u)$ par sa valeur tirée de la relation (4), donc par

$$\frac{1}{n}\left[\frac{du\, P_n'(u)}{du} + u P_n'(u)\right],$$

on obtient, après deux intégrations par parties,

$$ny = \int_{-\infty}^0 e^{u-x} \frac{x - u(u-x-1)}{(x-u)^3} P_n(u)\, du.$$

De (10), par différentiations, on a

$$\frac{dy}{dx} = \int_{-\infty}^0 e^{u-x} \frac{u-x-1}{(x-u)^2} P_n(u)\, du,$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \int_{-\infty}^0 e^{u-x} \frac{(u-x-1)^2+1}{(x-u)^3} P_n(u)\, du.$$

Avec ces valeurs de ny, $\frac{dy}{dx}$ et $\frac{d^2y}{dx^2}$ on voit immédiatement que l'intégrale (10) est une solution de l'équation (1).

Ceci établi, désignons par $Q_n(x)$ l'intégrale (10). On montre de même que précédemment qu'une somme de la forme

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n C_n Q_n(x),$$

satisfait à l'équation aux dérivées partielles (5). Il en résulte que $z(\alpha, x)$ étant une fonction génératrice de la forme (3), et par suite une solution de l'équation (5), l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{0} e^{u-\alpha} \frac{z(\alpha, u)}{x-u} du,$$

est aussi une solution de la même équation aux dérivées partielles.

Meccanica celeste. — *Sui satelliti retrogradi.* Nota I di P. Burgatti, presentata dal Corrispondente G. Armellini.

L'esistenza dei satelliti a moto retrogrado è un fenomono molto interessante, che cagiona difficoltà assai gravi nelle teorie cosmogoniche. Singolare principalmente è la circostanza che essi sono i più lontani dai rispettivi pianeti. Senso del moto e distanza sembrano perciò due caratteri intimamente collegati, e tali da far quasi ritenere che i satelliti che li posseggono abbiano una origine diversa di quelli a moto diretto; i quali, da Kant e da Laplace in poi, sono stati considerati parenti più o meno stretti dei pianeti. Cotesta opinione, espressa anche da autorevoli astronomi, corrisponde a verità? Non credo possibile una risposta definitiva allo stato attuale delle nostre conoscenze, e ritengo che non potrà essere data dalla pura meccanica. Nondimeno la meccanica è in grado di chiarire alcune differenze essenziali fra le due classi di satelliti e di offrire qualche elemento per orientarsi in mezzo all'oscurità del grave problema. Questa Nota contiene alcune considerazioni che mirano al fine suddetto. Sono state dedotte, riducendo opportunamente il problema al suo maggior grado di semplicità, per modo che restassero in evidenza le sole cause di differenziazione delle due classi di satelliti. L'importante è che questo appunto si può fare in parecchi dei casi che offre la natura.

Poniamoci nel caso del problema ristretto dei tre corpi. L'orbita del satellite è nel piano dell'orbita planetaria, e la massa del satellite T è ab-

bastanza piccola per non alterare sensibilmente il moto del pianeta P, che gira intorno al baricentro O Sole-pianeta uniformemente e circolarmente. Si riferisce il moto di T agli assi rotanti $OP \equiv Ox$ e Oy perpendicolare a Ox. Ma si possono pensare gli assi come fissi, purchè alle forze attrattive agenti su T si aggiungano la forza centrifuga e la forza di Coriolis cambiata di senso. Si vede chiaramente che quest'ultima forza è la sola che vari (in direzione) passando da un satellite diretto a un satellite retrogrado: le altre permetterebbero al satellite di descrivere un'orbita nei due sensi. *Essa è rivolta verso il centro di curvatura nei moti retrogradi, nel senso opposto nei moti diretti; ed è perciò la cagione del diverso comportamento delle due classi di satelliti.*

Rilevato questo, si è spinti naturalmente a vedere se fosse consentito di trascurare due delle altre forze: la forza attrattiva del Sole e la forza centrifuga.

Siano $\mathbf{M}, m, \mu$ le masse di S, P, T; e indichiamo le varie distanze ponendo $TP = \varrho$, $TO = r$, $TS = \varrho_1$. Vogliamo supporre che O sia abbastanza vicino a S, e ϱ abbastanza piccola rispetto a $SP = a$, perchè possa ritenersi sensibilmente TO sempre coincidente con TS. Questa ipotesi è accettabile in parecchi dei casi che offre la natura. Ne risulta che la forza attrattiva di S su T e la forza centrifuga (diretta come OT) acquistano la espressione

$$f_s = \frac{K M \mu}{r^2} \qquad f_c = \mu \omega^2 r ,$$

essendo ω la velocità angolare del pianeta intorno al Sole, e avendosi per cose note

$$\omega^2 = \frac{K(M + m)}{a^3} . \qquad (a = SP)$$

Queste due forze hanno ugual direzione e verso opposto, perciò i loro effetti si sottraggono costantemente: ossia, è la loro differenza che entra in giuoco.

Essendo nostro intendimento di considerare le orbite quasi circolari, supponiamo addirittura ϱ costante e $\varrho : a = c$ abbastanza piccolo, talchè sia lecito trascurare c^2, c^3 ecc. Scriviamo i valori di f_s e f_c nella forma:

$$f_s = \frac{K M \mu}{a^2} \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^2 \qquad f_c = \frac{K(M + m)}{a^2} \mu \cdot \frac{r}{a} ;$$

poi cerchiamo i loro valori massimi e minimi. Essendo in corrispondenza $r = a \pm \varrho$, si trova

$$f_s = \frac{K M \mu}{a^2} (1 \pm 2c) \quad , \quad f_c = \frac{K(M + m)}{a^2} \mu (1 \pm c) .$$

Perciò, quando T è in opposizione, si ha

$$f_s - f_c = -\frac{KN\mu}{a^2} \cdot 3c - \frac{KM\mu}{a^2}(1+c);$$

e quando è in congiunzione

$$f_s - f_c = \frac{KM\mu}{a^2} 3c - \frac{KM\mu}{a^2}(1-c).$$

Questi sono i limiti d'intensità fra cui varia la forza $f_s - f_c$ [1]. Occorre farsi un'idea della grandezza di c, in alcuni dei casi che offre la natura. Si trova, per esempio,

$c = 1:5000$ circa per il V Sat. di Giove;
$c = 1:100$ » » » VI » » »
$c = 3:100$ » » l'VIII » » »
$c = 3:200$ » » Febo » » Saturno
$c = 1:5000$ » » Mima » » »
$c = 1:4460$ » » il IV di Urano
$c = 1:12000$ » » » Sat. di Nettuno.

Questo basta per mostrare che in parecchi casi la forza $\frac{KM\mu}{a^2} \cdot 3c$ è una piccola frazione, e talvolta anche piccolissima, dell'attrazione esercitata dal Sole sul satellite situato alla distanza del pianeta: e che $Km\mu(1 \pm c) : a^2$ è pur essa assai piccola, essendo paragonabile alla forza con cui il pianeta attirerebbe il satellite, se questo fosse situato da quello ad una distanza uguale a quella del Sole. È lecito dunque in certi casi e per certi fini ritenere $f_s - f_c$ trascurabile rispetto all'attrazione del pianeta.

Al contrario, la forza di Coriolis è bene spesso considerevole. Si ha

$$2\mu\omega v = 2\mu \frac{K(M+m)}{a^2} \frac{\omega_1}{\omega} \frac{\varrho}{a} = \frac{K\mu(M+m)}{a^2} 2c \cdot \frac{T}{T_1},$$

essendo T e T_1 i periodi di rivoluzione del pianeta e del satellite. Ora $T : T_1$ è in massima piuttosto grande; per esempio, 19,5, 2358 10.000, per alcuni dei satelliti indicati di sopra; è dunque vero l'asserto.

Dalle cose dette segue chiaramente che pei fini qui dichiarati possiamo ridurre il problema a quello del moto in un piano d'un punto materiale sollecitato dalla forza newtoniana emanante da un centro fisso e dall'accennata forza di *Coriolis*; problema relativamente facile, analogo a quello del moto d'un elettrone intorno ad un centro atomico e in un campo magnetico costante.

[1] Vicino alle quadrature è addirittura nulla.

Per esso valgono gl'integrali dell'energia e delle aree rispetto a certi assi; dai quali, passando alle coordinate polari, si può ricavare una relazione del tipo

$$\frac{d\varrho}{dt} = \sqrt{f(\varrho)} ,$$

dove l'equazione $f(\varrho) = 0$, del 4° grado, ha sempre due radici reali. Ciò dimostra che ogni traiettoria si sviluppa entro una corona circolare. Se le radici sono molto vicine, l'orbita sarà a spire quasi circolari. I caratteri differenziali delle orbite dirette e retrograde di questo tipo coincideranno quasi totalmente con quelle spettanti alle orbite esattamente circolari.

Conviene dunque studiare anzitutto quest'ultima. Sarà fatto in un'altra Nota.

Matematica. — *Sui sistemi* E *nel calcolo differenziale assoluto.* Nota di Joseph Lipka, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Nel cap. I, § 3, della loro esposizione fondamentale dei metodi del calcolo differenziale assoluto (1) i sigg. Ricci e Levi-Civita hanno studiato certi sistemi covarianti o controvarianti, chiamati sistemi E, i quali hanno proprietà molto notevoli e sono spesso utili nel calcolo. Lo scopo di questa Nota è di dimostrare un'altra interessante proprietà di questi sistemi, esprimendo le loro relazioni con certi determinanti elementari, ed indicando altresì un'applicazione semplice di questo risultato.

Si definisce un sistema E nella maniera seguente: Sia a il determinante dei coefficienti della forma fondamentale

$$(1) \qquad \varphi = \sum_{1}^{n}{}_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s .$$

Allora, si chiama E il sistema covariante di ordine n, i cui elementi $\varepsilon_{r_1, r_2, \ldots, r_n}$ sono uguali a *zero*, se gl'indici $r_1, r_2, \ldots, r_n$ non sono tutti differenti, e uguali a $\sqrt{a}$ o $-\sqrt{a}$, gl'indici essendo tutti differenti, secondo che la classe della permutazione $(r_1, r_2 \ldots, r_n)$ è pari o dispari rispetto alla permutazione fondamentale $(1, 2, \ldots, n)$.

Si chiama *sistema controvariante* E il sistema reciproco definito, al solito da

$$(2) \qquad \varepsilon^{(r_1, r_2, \ldots, r_n)} = \sum_{1}^{n}{}_{s_1, s_2, \ldots, s_n} a^{(r_1 s_1)} a^{(r_2 s_2)} \ldots a^{(r_n s_n)} \varepsilon_{s_1, s_2, \ldots, s_n} .$$

(1) G. Ricci et T. Levi-Civita, *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications.* [Mathematische Annalen, Bd. LIV (1900), pp. 125-201].

di cui, gli elementi $\varepsilon^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ sono uguali a *zero* o $\pm 1 : \sqrt{a}$, sotto le stesse condizioni come per gli elementi $\varepsilon_{r_1, r_2, \dots, r_n}$.

Dimostriamo la identità seguente:

$$(I) \quad \sum_{1}^{m} t_{m+1} t_{m+2} \dots t_n \, \varepsilon_{r_1 r_2 \dots r_m t_{m+1} \dots t_n} \, \varepsilon^{(s_1, s_2, \dots s_m t_{m+1} \dots t_n)} = (n - m)! \, \Delta ,$$

dove

$$(3) \quad \Delta = \begin{vmatrix} \delta_{r_1 s_1} & \delta_{r_1 s_2} & \dots & \delta_{r_1 s_m} \\ \delta_{r_2 s_1} & \delta_{r_2 s_2} & \dots & \delta_{r_2 s_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{r_m s_1} & \delta_{r_m s_2} & \dots & \delta_{r_m s_m} \end{vmatrix}$$

e, al solito,

$$(4) \quad \delta_{r_i s_k} = 0 , \quad \text{se} \quad r_i \neq s_k , \quad \text{e} \quad \delta_{r_i s_k} = 1 , \quad \text{se} \quad r_i = s_k .$$

Se le r (o le s) non sono tutte differenti, allora, il primo membro della (I) sarà zero, in base alla definizione del sistema E, e il secondo membro della stessa equazione sarà zero, poichè Δ avrà due o più colonne (o righe) uguali. Dunque, non si ha bisogno di considerare che il caso in cui le r e le s sono tutte differenti.

È comodo di usare le abbreviazioni

$$(r) \equiv (r_1, r_2, \dots, r_m) \quad , \quad (s) \equiv (s_1, s_2, \dots, s_m) ,$$

e si dice che $(r) \equiv (s)$ o $(r) \not\equiv (s)$ secondo che $r_1, r_2, \dots, r_m$ e $s_1, s_2, \dots s_m$ sono due permutazioni o no della stessa serie di m numeri scelti dalla serie degli n numeri $1, 2, \dots, n$.

Nello sviluppo del primo membro della (I), si hanno n^{n-m} termini della forma

$$(5) \quad \varepsilon_{(r) u_1 u_2 \dots u_{n-m}} \, \varepsilon^{((s) u_1, u_2 \dots, u_{n-m})} \quad (u_k = 1, 2, \dots, n) ;$$

di questi, i termini nei quali le u non sono tutte differenti, sono zero, sicchè rimangono da considerare i termini nei quali le u sono tutte differenti. Distinguiamo due casi:

1° $(r) \not\equiv (s)$. Ogni termine (5) ha almeno una r od una s uguale a qualcuna delle u, di modo che, per definizione del sistema E, ogni termine del primo membro della (I) è zero. Inoltre, almeno una r, per es. r_i, non è uguale a nessuna s, sicchè, nel secondo membro della (I), da (4), $\delta_{r_i s_k} = 0$ $(k = 1, 2, \dots, m)$, e quindi $\Delta = 0$.

2° $(r) \equiv (s)$. I termini (5) nei quali qualche u è uguale a qualche r (o s) sono zero: i termini nei quali tutti le u sono differenti da tutte le r (o le s) sono in numero di $(n - m)!$, tali essendo tutte le permutazioni possibili delle u. Ora, se la classe della permutazione $(r_1, r_2, \dots, r_m)$ e

quella di $(s_1, s_2, \dots, s_m)$ sono tutte e due pari o dispari rispetto alla permutazione fondamentale $(1, 2, \dots, n)$, ogni termine è uguale a $+1$, ma se una classe è pari e l'altra è dispari, ogni termine è uguale a -1. Dunque, il primo membro della (I) è uguale a $\pm (n-m)!$. Inoltre, nel secondo membro della (I), le r e le s sono aggruppate in tutte le coppie possibili, e, poichè (r) e (s) sono due permutazioni della stessa serie di n numeri, ve ne sono soltanto m coppie nelle quali i numeri della coppia sono uguali: in questa serie di m coppie, ogni r ed ogni s si presentano soltanto una volta, di modo che in Δ, tutte le δ sono zero salvo una in ogni riga ed in ogni colonna, e queste δ sono uguali a 1. Per conseguenza il solo termine nello sviluppo del determinante Δ che non è zero, consta del prodotto di queste δ, e quindi Δ ha il valore $+1$ o -1, secondo (da un teorema elementare sui determinanti) le classi delle permutazioni $(r_1, r_2, \dots, r_m)$ e $(s_1, s_2, \dots, s_m)$ sono le stesse od opposte rispetto alla permutazione fondamentale $(1, 2, \dots, m)$. Dunque, il secondo membro della (I) ha il valore $\pm (n-m)!$ come il primo membro, coincidendo anche i segni.

Abbiamo così dimostrato la nostra identità (I).

Se $m = 0$ o $m = 1$, si hanno i casi particolari:

$$(6) \qquad \sum_1^n t_1, t_2, \dots, t_n \; \varepsilon_{t_1, t_2, \dots, t_n} \varepsilon^{(t_1, t_2, \dots, t_n)} = n!,$$

$$(7) \qquad \sum_1^n t_2, t_3, \dots, t_n \; \varepsilon_{r_1, t_2, \dots, t_n} \varepsilon^{(s_1, t_2, \dots, t_n)} = (n-1)! \, \delta_{r_1 s_1}$$

Diamo un'applicazione interessante dell'identità (I) stabilendo una relazione fra i coefficienti della forma fondamentale φ e il sistema E.

Consideriamo il sistema covariante

$$b_{ij} = \sum_1^n r_1, r_2, \dots r_{n-1} \; s_1, s_2 \dots, s_{n-1} \; \varepsilon_{r_1, r_2, \dots, r_{n-1} i} \varepsilon_{s_1, s_2, \dots, s_{n-1} j} \; a^{(r_1 s_1)} a^{(r_2 s_2)} \dots a^{(r_{n-1} s_{n-1})}.$$

Moltiplicando i due membri per $a^{(kj)}$ e sommando, rispetto a j, si ha

$$\sum_1^n j \; a^{(kj)} b_{ij} = \sum_1^n r_1, r_2, \dots, r_{n-1} \; \varepsilon_{r_1, r_2 \dots, r_{n-1} i} \left(\sum_1^n s_1, s_2, \dots, s_{n-1} \, j \; a^{(r_1 s_1)} \dots a^{(r_{n-1} s_{n-1})} \; a^{(kj)} \; \varepsilon_{s_1, s_2, \dots, s_{n-1} j} \right) =$$

$$= \sum_1^n r_1, r_2, \dots, r_{n-1} \; \varepsilon_{r_1, r_2, \dots, r_{n-1} i} \varepsilon^{(r_1, r_2, \dots, r_{n-1} k)},$$

tenuto conto della (2). Ove si applichi la (7) al secondo membro, risulta

$$\sum_1^n j \; a^{(kj)} b_{ij} = (n-1)! \, \delta_{ik}.$$

Moltiplicando per a_{kl} e sommando rispetto a k, si ha

$$\sum_1^n{}_j \, b_{ij} \left(\sum_1^n{}_k \, a^{(kj)} \, a_{kl} \right) = (n-1)\,! \sum_1^n{}_k \, \delta_{ik} \, a_{kl} ,$$

e da (4),

$$b_{il} = (n-1)\,! \, a_{il} .$$

Perciò,

$$(8) \qquad \sum_1^n{}_{r_1 \dots r_{n-1} \, s_1 \dots s_{n-1}} \varepsilon_{r_1 \dots r_{n-1} \, i} \, \varepsilon_{s_1 \dots s_{n-1} \, j}$$

$$a^{(r_1 s_1)} \, a^{(r_2 s_2)} \dots a^{(r_{n-1} s_{n-1})} = (n-1)\,! \, a_{ij} .$$

Analogamente, si ricava la relazione reciproca

$$(9) \qquad \sum_1^n{}_{r_1 \dots r_{n-1} \, s_1 \dots s_{n-1}} \varepsilon^{(r_1 \dots r_{n-1} \, i)} \, \varepsilon^{s_1 \dots s_{n-1} \, j)}$$

$$a_{r_1 s_1} \, a_{r_2 s_2} \dots a_{r_{n-1} s_{n-1}} = (n-1)\,! \, a^{(ij)} .$$

Matematica. — *Sopra una equazione funzionale.* Nota V di Pia Nalli, presentata dal Corrisp. G. Bagnera.

7. Ora dobbiamo far vedere come si calcolano le costanti h.

Definiamo le funzioni $N_n(x, s)$, $P_n(x, s)$, $q_n(x)$. Esse sono state definite per $n = 1$ ed $n = 2$; porremo in generale

$$N_n(x, s) = N_{n-1}(x, x) + \int_s^x \frac{\partial N_{n-1}(x, t)}{\partial x} \, dt ,$$

$$P_n(x, s) = \alpha^{n-1} \, g'(x) + \alpha P_{n-1}(x, \alpha x) + \int_s^{\alpha x} \frac{\partial P_{n-1}(x, t)}{\partial x} \, dt ,$$

$$q_n(x) = P_n(x, 0) + N_n(x, 0).$$

In altre parole: $N_n(x, s)$, $P_n(x, s)$, $q_n(x)$ sono formate per mezzo di $N_{n-1}(x, s)$, $P_{n-1}(x, s)$, $\alpha^{n-1} g(x)$, come $N_1(x, s)$, $P_1(x, s)$, $q_1(x)$ lo sono per mezzo di $N(x, s)$, $P(x, s)$, $g(x)$.

La (4) ci dà

$$(15) \quad u^{(n)}(x) = \lambda \left[\alpha^n \, g(x) \, u^{(n)}(\alpha x) + \int_0^x N_n(x, s) \, u^{(n)}(s) \, ds + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\alpha x} P_n(x, s) \, u^{(n)}(s) \, ds + \sum_{r=0}^{n-1} u^{(r)}(0) \, q_{r+1}^{(n-r-1)}(x) \right] + f^{(n)}(x) .$$

Se denotiamo con $u_{n,i}(x)$ $(i = 1, 2, \dots, n+1)$ la soluzione dell'equazione

$$u_{n,i}(x) = \lambda \left[\alpha^n g(x)\, u_{n,i}(\alpha x) + \int_0^x \mathrm{N}_n(x, s)\, u_{n,i}(s)\, ds + \right.$$
$$\left. + \int_0^{\alpha x} \mathrm{P}_n(x, s)\, u_{n,i}(s)\, ds \right] + l_{n,i}(x),$$

dove poniamo

$$l_{n,i}(x) = \begin{cases} f^{(n)}(x) & i = 1 \\ q_{i-1}^{(n-i+1)}(x) & i \geq 2, \end{cases}$$

la (15) ci dà

$$u^{(n)}(x) = u_{n,1}(x) + \lambda \sum_{r=0}^{n-1} u^{(r)}(0)\, u_{n,r+2}(x),$$

e di qui

$$(16) \quad u(x) = \frac{1}{(n-1)!} \left\{ \int_0^x (x-\xi)^{n-1}\, u_{n,1}(\xi)\, d\xi + \right.$$
$$\left. + \sum_{r=0}^{n-1} u^{(r)}(0) \left[\frac{x^r}{r!} + \lambda \int_0^x (x-\xi)^{n-1}\, u_{n,r+2}(\xi)\, d\xi \right] \right\}.$$

Già abbiamo calcolati $u(0)$ ed $u'(0)$; dopo avere calcolati $u(0), u'(0), \dots$ $u^{(n-2)}(0)$, possiamo calcolare $u^{(n-1)}(0)$ dalla (15) mettendo $n-1$ al posto di n, e facendo poi $x = 0$ Si trova così

$$u^{(n-1)}(0) = \frac{f^{(n-1)}(0) + \lambda \sum_{r=0}^{n-2} u^{(r)}(0)\, q_{r+1}^{(n-r-2)}(0)}{1 - \lambda \alpha^{n-1} g(0)},$$

e perciò

$$u^{(n-1)}(0) = \frac{\sum_{r=0}^{n-1} \mathrm{P}_{n-1,r}(\lambda)\, f^{(r)}(0)}{\prod_{r=0}^{n-1} [1 - \lambda \alpha^r g(0)]},$$

dove le $\mathrm{P}_{n-1,r}(\lambda)$ sono polinomî in λ di grado $\leq n-1$ che si calcolano con formole di ricorrenza, facili a stabilirsi. In particolare si ha

$$\mathrm{P}_{n-1,n-1}(\lambda) = \prod_{r=0}^{n-2} [1 - \lambda \alpha^r g(0)].$$

I coefficienti dei polinomî $\mathrm{P}_{n-1}(\lambda)$ sono polinomî in $g(0)$ e $q_i^{(r)}(0)$ con $i + r \leq n-1$.

Dalla (16) ricaviamo

$$\varphi_{n-1}(x) = x^{n-1} + (n-1)!\, \lambda_{n-1} \int_0^x (x-\xi)^{n-1}\, u_{n,n+1}(\xi)\,|_{n-1}\, d\xi$$

intendendo con $u_{n,n+1}(\xi)|_{n-1}$ che in $u_{n,n+1}(\xi)$, la quale dipende anche da λ, bisogna porre $\lambda = \lambda_{n-1}$.

Dalla (16) ricaviamo ancora

$$h_{n-1} = \alpha^{\frac{n(n-1)}{2}} \frac{\sum_{r=0}^{n-1} P_{n-1,r}(\lambda_{n-1})\, f^{(r)}(0)}{\prod_{r=1}^{n-1} (\alpha^r - 1)} .$$

La condizione

$$\sum_{r=0}^{n-1} P_{n-1,r}(\lambda_{n-1})\, f^{(r)}(0) = 0 ,$$

imposta alla $f(x)$, è necessaria e sufficiente perchè la (4) ammetta soluzione finita per $\lambda = \lambda_{n-1}$.

Soddisfatta tale condizione, la più generale soluzione della (4) si ottiene aggiungendo ad una particolare soluzione, per esempio alla seguente

$$\frac{1}{(n-1)!} \left\{ \int_0^x (x-\xi)^{n-1} \left[u_{n,1}(\xi) + \lambda \sum_{r=0}^{n-1} u^{(r)}(0)\, u_{n,r+2}(\xi) \right] d\xi + \right.$$
$$\left. + \sum_{r=0}^{n-1} \frac{u^{(r)}(0)}{r!} x^r \right\} \Big|_{n-1} ,$$

$c\varphi_{n-1}(x)$, con c costante arbitraria.

8. Abbiamo così trovato che la soluzione della (4), dotata di derivate di qualunque ordine, si può mettere sotto la forma

$$u(x) = \frac{v(x\,;\lambda)}{D(\lambda)} ,$$

dove $D(\lambda)$ è la seguente funzione intera di λ

$$\prod_{n=1}^{\infty} [1 - \lambda \alpha^n g(0)]$$

e $v(x\,;\lambda)$ per ogni x in $(0\,,a)$ è una funzione intera di λ di cui diamo qui l'espressione.

$D(\lambda)$, soddisfacendo all'equazione funzionale

$$D(\lambda) = [1 - \lambda\, g(0)]\, D(\alpha\lambda)$$

e prendendo il valore 1 per $\lambda = 0$, si sviluppa nella serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{g^n(0)\, \alpha^{\frac{n(n-1)}{2}}}{(1-\alpha)(1-\alpha^2)\ldots(1-\alpha^n)} \lambda^n ;$$

$v(x\,;\lambda)$ soddisfa all'equazione

$$v(x\,;\lambda) = \lambda \left[g(x)\, v(\alpha x\,;\lambda) + \int_0^{\infty} N(x\,,s)\, v(s\,;\lambda)\, ds + \right.$$
$$\left. + \int_0^{\alpha x} P(x\,,s)\, v(s\,;\lambda)\, ds \right] + D(\lambda)\, f(x) ;$$

quindi, ponendo

$$v(x\,;\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n\, v_n(x)\,,$$

le $v_n(x)$ si ottengono con la seguente formola di ricorrenza

$$v_n(x) = \mathrm{S}[v_{n-1}(x)] + \alpha^{\frac{n(n-1)}{2}}\, \frac{g^n(0)}{(1-\alpha)\,(1-\alpha^2)\,\ldots\,(1-\alpha^n)}\, f(x)\,.$$

9. Quanto abbiamo esposto vale nell'ipotesi che sia $g(0) \neq 0$. Se $g(0) = 0$, la soluzione $u(x)$ della (4) è una funzione intera di λ ed è precisamente la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n f_n(x)$ introdotta al n. 2.

Osserviamo finalmente che quanto abbiamo esposto si estende alla equazione

$$u(x) = \lambda\left[\, g(x)\, u(\varphi(x)) + \int_0^x \mathrm{N}(x,s)\, u(s)\, ds + \int_0^{\varphi(x)} \mathrm{P}(x,s)\, u(s)\, ds \,\right] + f(x)$$

facendo opportune ipotesi sulla funzione $\varphi(x)$.

Fisica terrestre. — *La temperatura delle lave incandescenti dell'Etna*. Nota di Giovanni Platania, presentata dal Corrispondente A. Bemporad.

In una Nota precedente su questo argomento [1] diedi conto dei risultati che ottenni adoperando un pirometro a radiazione di Féry per determinare la temperatura superficiale di un braccio di lava fluente, sul finire dell'eruzione etnea del 1911.

In un'altra escursione al cratere centrale dello stesso vulcano, nel 1918, ebbi l'occasione di misurare la temperatura nell'interno di una piccola colata di lava incandescente, per mezzo di un pirometro termo-elettrico che potei immergere nella colata medesima.

Per l'interesse presentato da questo genere di misure per lo studio fisico dei vulcani, dò conto in questa Nota delle circostanze in cui potei compiere questa determinazione e del risultato ottenuto.

La mattina del 1° luglio 1918 — in compagnia dei miei allievi signori Amato Francesco e Galici Pietro, licenziati macchinisti navali dell'Istituto Nautico di Catania e del sig. Alfio Barbagallo, custode dell'Osservatorio Etneo — dopo aver superata la scarpata orientale del cono centrale, attraversammo il grande ammasso di focacce scoriacee, che formò la pseudo-colata del 24 giugno 1917, avviandoci verso l'apparecchio eruttivo sorto nella grande voragine del 1911, a N del cratere centrale. Non potendo raggiungere i crateri attivi, per la loro cresciuta attività esplosiva e per il vento

[1] Rend. R. Acc. Lincei (5) XXI, 1912.

persistente di NW, per cui i proiettili eruttivi venivano lanciati contro di noi, ci avviammo sulle colate recenti, ormai ferme ma caldissime ancora nelle anfrattuosità, attraversandone verso E un buon tratto, circa 300 m.

Raggiungemmo infine un braccio secondario di lava incandescente in moto, a circa 200 m. dal margine destro di un'altra corrente lavica anch'essa ferma, a 400 m. dal ramo principale.

In vicinanza del fronte di questo braccio secondario scegliemmo un posto favorevole sopravvento rispetto alla colata, e preparammo ivi gli apparecchi.

La corrente lavica, spessa da 1 a 2 m. e larga, in quel punto, circa 4 m., si avanzava molto lentamente, con una velocità stimata da 6 a 7 m. ogni ora. La superficie della lava era ricoperta di scorie che avevano grandezza non molto diversa l'una dall'altra, di circa 15 cm. di diametro, e negli interstizii fra queste scorie si vedeva, pur di giorno, la lava incandescente; la quale non era peraltro molto fluida, e appariva, non col noto aspetto di lava pastosa, ma come fosse granulare.

Adoperai un pirometro termo-elettrico (Pt e Pt.Rd) costruito dalla casa Hartmann e Braun, la cui resistenza era di circa 1,6 ohm a temperatura ordinaria, e poteva servire per temperature da 300 a 1600°; il millivoltometro della stessa casa, n. 280325, poteva misurare in corrispondenza forze elettromotrici da 2,30 a 17,09 millivolta (resist. int. 465 ohm).

Il pirometro, protetto da un tubo di ferro trafilato, terminato a cono, venne immerso obliquamente nella lava fluente per circa 30 cm. a mezzo metro dalla sponda sinistra della colata, a circa 2 m. dell'estremità frontale.

La lunga sbarra di ferro, inchiavardata all'estremità aperta del tubo di ferro, venne appoggiata a un masso di lava fredda, sì da impedire che il pirometro fosse trascinato dalla lava in moto. Durante la misura, la pressione sul punto di appoggio produsse l'incurvamento della sbarra suddetta.

Due dei miei compagni (Amato e Barbagallo) badavano che il pirometro rimanesse a posto; Galici teneva di occhio il millivoltometro, posto al riparo dall'irradiazione della lava.

L'indice di questo si andò spostando lentamente, finchè, dopo 15 minuti, rimase perfettamente stazionario, indicando una f. e. m. di 8,52 millivolta, mentre il termometro da me aggiunto all'estremità fredda del pirometro, circondato da ovatta, indicava stabilmente 46°.

Da verifiche eseguite nell'Istituto Fisico della R. Università di Catania [1] risulta che questa f. e. m. corrisponde alla temperatura di 927° quando la temperatura t della saldatura fredda è 0°. Applicando la correzione per t compreso fra 0° e 30°, data da $x = 0{,}5\,t$ con la precisione del 5 per mille, e avendo altresì verificato che per $t = 46°$ la correzione è ancora

[1] Il pirometro mi fu gentilmente affidato dal compianto prof. G. P. Grimaldi, allora direttore del detto Istituto, e le verifiche furono eseguite per cortesia dell'attuale direttore, prof. E. Drago, con l'aiuto di lui stesso e di tutto il personale del Laboratorio.

applicabile con precisione sufficiente per questo genere di misure, si ottiene 950° come temperatura interna di quel braccio di lava fluente, nelle condizioni indicate.

Le misure della temperatura della lava incandescente eseguite, con adatti strumenti, sull'Etna sono state: quelle del prof. Adolfo Bartoli (1892) col metodo calorimetrico; del prof. E. Oddone (1910) con un pirometro fotometrico ad assorbimento; dello scrivente (1911) per mezzo di un pirometro a radiazione di Féry. Dei risultati di queste misure diedi relazione nella Nota precedente.

Inoltre l'ing. F. A. Perret, servendosi di un pirometro del tipo di Barus (Pt e Pt, Ir) di W. H. Bristol, della *Bristol Company* di Waterbury (Connecticut) eseguì, anche nel 1910, delle misure sulle lave etnee, i cui risultati ancora inediti, mi furono comunicati da lui stesso. Egli riuscì a misurare la temperatura all'estremità frontale di una colata, a circa 8 km. dalla sorgente. La velocità in quel sito era di 1 m. al minuto, lo spessore della colata di 5 m. Distaccatosi, per il movimento della colata, un grande masso che mostrava una viva incandescenza all'interno, egli potè introdurre in questo il pirometro suddetto, e trovò da 900° a 1000° secondo che l'estremità del pirometro veniva immersa a profondità minore o maggiore. Ritiene perciò sicura una temperatura di almeno 1000° nell'interno di questa colata.

È opportuno notare che il pirometro di Bristol adoperato dal Perret [che egli mi prestò gentilmente per alcune mie ricerche nel cratere dell'isola di Vulcano (1)] è molto più pronto di quello di cui mi sono servito in questa misura. E così egli potè anche eseguire delle misure del progressivo raffreddamento di un masso di lava etnea, nel 1910, ottenendo un decremento regolare, senza soste, al contrario di ciò che egli aveva osservato al Kilauea (2).

Col pirometro da me adoperato, protetto da un tubo di porcellana e da un grosso tubo di ferro, non era possibile misurare le rapide variazioni di temperatura. Ma la misura eseguita immergendo il pirometro nella stessa lava fluente e mettendosi al riparo dalle cause di errore dà garanzia del risultato ottenuto. Se il valore della temperatura non raggiunse 1000°, si pensi che il braccio di lava su cui la misura fu eseguita era una diramazione e che la lava non era molto fluida ma presentava un aspetto granuloso.

Lo studio dei fenomeni termici nei processi vulcanici interessa sommamente gli studiosi di fisica terrestre. Occorre perciò superare le difficoltà che si presentano in queste determinazioni. Per l'esplorazione termica di una colata di lava si prestano meglio i pirometri termo-elettrici, particolarmente quelli più pronti.

(1) Boll. Soc. Sism. Ital., XXIII (1920-21)

(2) *The American Journal of Science*, XXXVI, pag. 482.

Geofisica. — *L'influenza del monte Etna sulle correnti superiori.* Nota di Filippo Eredia, presentata dal Corrisp. Luigi Palazzo.

In un recente lavoro H. Hildebrandsson (1) esaminò i movimenti generali dell'atmosfera quali risultano dalle osservazioni fin'ora raccolte con i diversi metodi di indagine, e senza discutere i fenomeni speciali come cicloni, anticicloni, monsoni, dedusse come nelle zone temperate dominano le correnti di W; e ad alta quota esse divergono verso NW formando il controaliseo boreale che va ad alimentare il massimo tropicale. La costanza di tali venti è più rilevante quanto maggiore è l'altitudine considerata.

Le osservazioni di alta montagna hanno portato un grande contributo a tali ricerche anemologiche, e specialmente le osservazioni regolari sulla direzione dei pennacchi di fumo che talora appaiono alla cima dei vulcani, ben possono segnalare i caratteri delle correnti superiori se il vulcano considerato si erge a grande altezza. A tali condizioni corrisponde il vulcano Etna, alto m. 3200 sul mare, e il compianto prof. Riccò basandosi sulle osservazioni eseguite a Catania (2) col seguire il fumo del vulcano, che raramente manca, dedusse che il movimento dell'aria sull'Etna è tale come se sopra 100 osservazioni si avesse trovato 60 volte spirante un vento unico coll'azimut 320° cioè circa corrispondente alla direzione NW.

Le osservazioni dei cirri condotte a Catania per alcuni anni, hanno confermato la prevalenza dei venti di NW ad alta quota.

Dal maggio 1912 all'aprile 1913 e dal gennaio 1915 al luglio 1915 a Catania vennero eseguite a 8^h lanci di pallone pilota per conto del R. Servizio Aerologico; dall'esame di siffatti lanci possiamo ricavare elementi valevoli per seguire la variazione del vento predominante alle diverse quote. Abbiamo limitato il nostro esame a quei lanci in cui si raggiunse almeno la quota di 3000 metri, e ciò all'intento di avere dati più comparabili tra di loro per le diverse quote, ed abbiamo limitato l'altezza alla quota 4500 m., raggiunta dal maggior numero dei lanci considerati e che risultarono 29 in inverno, 29 in primavera, 17 in estate e 37 in autunno.

(1) Hildebrandsson H. H., *Résultats des recherches empiriques sur les mouvements généraux de l'atmosphère.* Nova Acta Regiae, Soc. Scient. Upsaliensis, ser. IV, vol. 5, n. 1. Upsala, 1918.

(2) Riccò A. e Saija G. *Meteorologia dell'Etna.* Annali del R. Ufficio Centrale di Meteorologia, vol. 17, Roma 1896

Nella figura seguente indichiamo la direzione del vento predominante alle diverse quote nelle quattro stagioni meteorologiche intese come aggruppamenti di 3 mesi a cominciare da dicembre. E da essa risulta come da 2400 m. a 4500 m. predomina la direzione NW e la più decisa costanza di tale direzione, in tutte le stagioni, appena da 3300 a 4500 m. Nella zona compresa tra 1200 e 2100 m. vi è frequenza di varie direzioni a seconda della stagione con prevalenza delle correnti del 1° quadrante specialmente da 1800 a 2100 m.; e a quote inferiori ai 1200 m. vi predominano venti di levante. Trascriviamo qui appresso l'angolo, contato da nord verso est che la direzione del vento medio fa col meridiano. Da essa deduciamo come in inverno prevalgono venti del 4° quadrante, e dopo subìta una lieve deviazione verso W, nelle prime quote, da 1800 m. in su prevale la direzione NW. In primavera si hanno direzioni del 2° quadrante fino a 900 m., subentrano indi venti del 3° quadrante e a cominciare dalla quota 1500 m. prevalgono venti del 4° quadrante con direzione NW. In estate fino a 900 m. predominano venti del 2° quadrante; a 1200 appaiono venti del 1° quadrante e da 1500 m. decisivamente prevalgono venti del 4° quadrante con direzione di NW. In autunno fino a 900 m. prevalgono le correnti del 1° quadrante e poi si afferma con assoluto dominio la direzione di NW.

Fig. 1.

	Inverno	Primavera	Estate	Autunno
suolo	302.49′	132.58′	135.48′	32.28′
300	277.18	110.22	111.48	50.12
600	275.21	100.07	91.28	82.39
900	282.48	155.13	110.33	98.08
1200	309.48	260.32	45.0	309.48
1500	247.45	318.22	325.0	300.15
1800	326.41	0.0	323 26	305.13
2100	338.11	356.03	327.50	331.56
2400	354.48	334.34	327.06	338.09
2700	325.18	315.39	317.12	346.13
3000	325.00	324.35	307.08	331.29
3300	318.14	324.07	311.32	332.59
3600	307.28	332.09	317.13	335,18
3900	303.41	317.50	319.24	335.49
4100	318.11	326.18	315.28	328.37
4500	304.59	330.47	323.47	321.29

Rimane così confermata negli alti strati la frequenza dei venti di NW che il Riccò aveva dedotto dalla direzione del fumo dell'Etna e che risultava a me dalla direzione predominante dei cirri a Catania. E il predominio della corrente di NW a cominciare di 1500 m. o 1800 m. a seconda della stagione, mostra ancora come il monte Etna non provoca alcuna modificazione sul cammino del contro aliseo boreale.

Dalle predette osservazioni aerologiche abbiano dedotto la velocità del vento alle diverse quote scalate di 150 m. e di essa diamo la rappresentazione grafica nella figura 2ª. Appare distinto come fino all'altitudine di 1800 m. l'aumento della velocità con l'altezza si manifesta con i medesimi caratteri nelle diverse stagioni; e dopo tale quota l'aumento della velocità

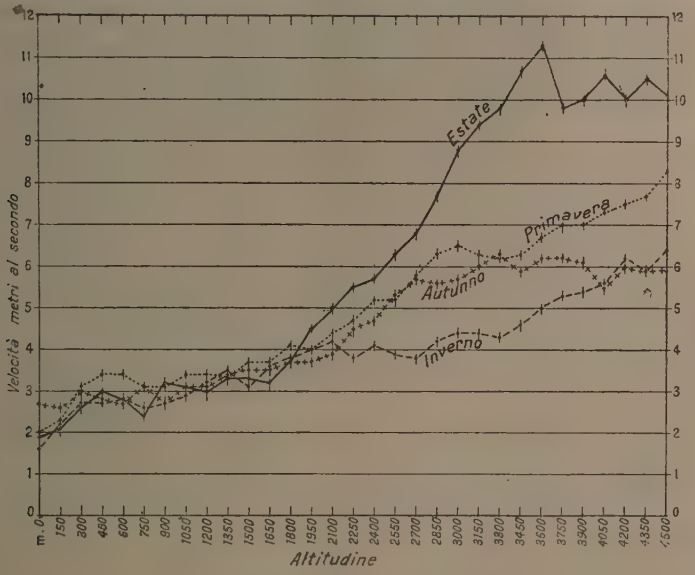


Fig. 2.

si presenta con maggiore entità mostrandosi più rilevante in estate e meno in inverno. Oltrepassata la quota di 3600 m., eccetto la primavera, sembra prevalere una diminuzione di velocità che si presenta più chiaramente in estate.

L'andamento dei predetti dati, escludendo quelli a quota inferiore ai 300 m., perchè perturbati dal suolo, può rappresentarsi con la formula:

$$\log V = a - C \log H ,$$

e alle due costanti spettano i seguenti valori per le stagioni:

	Inverno	Primavera	Estate	Autunno
a	1.84	2.19	3,45	2.27
b	0.37	0.45	0.82	0.49

Dagli studi condotti sulle osservazioni delle nubi e sulle osservazioni ricavate dai palloni piloti in diverse località dell'Europa e delle Americhe (1) è risultato che la velocità media del vento ad ogni quota è più rilevante in inverno e meno in estate; e. salvo inversioni o stazionarietà variabili a seconda la posizione della stazione di lancio rispetto alla circolazione atmosferica, la variazione della velocità con l'altitudine si rileva con graduale aumento. L'esame dei dati da noi ottenuti ci porta alle medesime conclusioni relativamente alla variazione della velocità con l'altitudine, ma contrariamente a quanto si conosce, la serie dei dati di Catania, conduce a valori della velocità più alti in estate invece dell'inverno.

Se teniamo conto della direzione dei venti osservati in detti lanci, sembra che il forte aumento della velocità del vento con l'altitudine nella regione etnea sia legato alla rotazione della direzione del vento. E difatti il minimo aumento di velocità corrisponde alla stagione invernale ove i venti sono costantemente della direzione di NW; in autunno ove la rotazione del vento è minima, vi è un più sensibile incremento della velocità; in primavera e in estate le rotazioni della direzione del vento appaiono molto distinte, e in corrispondenza si hanno forti incrementi della velocità con l'aumentare dell'altitudine. La maggiore prevalenza degli incrementi estivi rispetto ai primaverili potrebbe attribuirsi al maggiore riscaldamento in detta stagione del massiccio dell'Etna che provocherebbe una più rapida diminuzione della densità dell'aria con l'altitudine e a cui corrisponderebbero, secondo la conclusione a cui pervenne Egnell (2) sull'esame delle nubi, velocità inversamente proporzionali alle densità. E tale minore densità in estate viene anche provocata dalla diminuzione ragguardevole del vapore acqueo negli alti strati dell'Etna che corrisponde alla nota legge dell'Hann $e_h = e_0 - 10\,\frac{h}{6500}$ e che quindi non è affatto influenzata dalle emanazioni del vulcano.

(1) Hildebrandsson H. H. *Étude préliminaire sur les vitesses du vent et les températures dans l'air libre à des hauteurs différents*, Geografiska Annalen, 1920, H. 2, Upsats 1920. Chapman E. H. *The variation of wind velocity with height.* Meteorological Office, Professional Notes N. 6, London 1919. Shaw N. *Manual of Meteorology*, Part. IV, *The relation of the wind to the distribution of barometric pressure*, Cambridge 1919.

(2) Egnell A. *Sur la variation de la vitesse moyenne du vent dans la verticale.* Comptes Rendus, 1903, Paris.

Radiotelegrafia. — *Metodo per il confronto di frequenze radiotelegrafiche* (1). Nota del dott. Ugo Grassi, presentata dal Socio M. O. Corbino.

Una corrente periodica di bassa frequenza può analizzarsi col tubo di Braun, osservando, dentro uno specchio girante, la macchia del fascio catodico la cui direzione sia controllata da una bobina percorsa dalla corrente in esame. Ma, passando a frequenze radiotelegrafiche, il metodo urta contro difficoltà che sembrano difficilmente superabili.

Disponendo di una corrente sinusoidale di periodo eguale a quello in esame, si può ricorrere al metodo delle figure di Lissajou, dalle quali si può risalire alla curva periodica oggetto di studio.

Ma si avrebbe lo stesso risultato se, trattandosi di funzioni rigorosamente periodiche, la corrente ausiliaria avesse una frequenza esattamente doppia, tripla, multipla di quella dell'altra. In tal caso la figura descritta dalla macchia catodica diventa una curva chiusa che possiede tanti massimi quanto è l'ordine di molteplicità della frequenza di una corrente rispetto a quella dell'altra.

A causa della elevata frequenza delle oscillazioni radiotelegrafiche, si poteva dubitare della possibilità di immobilizzare la curva in maniera bastante per la sua osservazione. Ma, effettivamente, le bobine incrociate percorse da correnti di frequenza variabile intorno a 100.000, dànno una macchia rettangolare di tinta uniforme, la quale si risolve in curve semplici e chiuse quando una frequenza è multipla dell'altra; e ciò in maniera così stabile, da poterne fare comodamente la fotografia in $^1/_2$ posa. (Vedi diagrammi).

I diagrammi sono stati ottenuti con correnti fornite da due circuiti oscillanti regolati da tubi a vuoto a tre elettrodi ed indipendenti l'uno dall'altro. L'aggiustamento delle caratteristiche dei circuiti deve naturalmente essere fatto con straordinaria finezza. Basta (ed in ciò sta appunto il pregio del metodo) una variazione anche minima, ad es. della capacità di uno dei circuiti, per provocare una rapida rotazione della curva in un senso o nell'altro, ed in seguito la sua definitiva dissoluzione.

La sensibilità del metodo è superiore a quella stessa del metodo dei battimenti con il quale è evidentemente in parentela.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto radiotelegrafico del Genio militare.

Certamente non è facile immobilizzare la immagine sullo schermo per lungo tempo, nel caso di molteplicità elevate, ma è facilissimo immobilizzarla quanto basta per la sua osservazione soggettiva anche nel caso di molteplicità compresa tra 20 e 30.

Oggetto della presente Nota è di proporre l'impiego del metodo di osservazione suesposto, per i due scopi seguenti per i quali non credo sia stato finora proposto.

I°) Poichè, passando da 4000 oscillazioni al secondo a 100.000 al secondo, si passa da frequenze musicali a radiotelegrafiche, è possibile costruire un circuito oscillante con una frequenza radiotelegrafica rigorosamente conosciuta variando le sue caratteristiche, finchè non compaia sullo schermo del tubo di Braun la figura corrispondente alla molteplicità della sua frequenza, rispetto ad un circuito oscillante fisso, avente la frequenza corrispondente ad una nota musicale conosciuta. La realizzazione di questo dispositivo non offre difficoltà, ed è intenzione dell'Istituto Radiotelegrafico del Genio Militare, di servirsene per ottenere un'onda normale da impiegarsi nella taratura degli ondametri.

II°) Si è già detto che il metodo è forse superiore per sensibilità a quella dei battimenti. Basta che lo sperimentatore, situato ad un metro o più di distanza, sposti, ad esempio, la sua mano, perchè la figura di molteplicità, già stabilizzata, si dissolva immediatamente.

Ciò suggerisce l'impiego del dispositivo sperimentale sopra accennato, per la determinazione, ad esempio, col metodo di sostituzione, di piccolissime capacità.

0 — Coordinate: la orizzontale corrisponde alla frequenza 75.000; la verticale a frequenze multiple.

1 — Comparazione di una oscillazione di frequenza uguale a 75.000, con una di frequenza doppia.

2 — Con una di frequenza tripla.

3 — Con una di frequenza quadrupla.

4 — Con una di frequenza quintupla.

5 — Con una di frequenza sestupla.

Chimica. — *Sopra i cosidetti piranidroni* (1). Nota del dottor C. Gastaldi, presentata dal Corrispondente F. Zambonini.

W. Schneider e W. Mayer (2) hanno trovato che condensando l'anisolo con l'anidride acetica in presenza di acido solfoacetico (acido acetosolfonico) risulta il solfoacetato di 4-metil-2,6-p-dianisilpirilio. Generalizzando, essi hanno stabilito che la miscela « anidride acetica-acido solfoacetico » si comporta coi chetoni del tipo $Ar . CO . CH_3$ come la miscela « anidride acetica-cloruro ferrico sublimato » impiegata da Dilthey (3) per ottenere i sali di 4-metil-2,6-diarilpirilio.

Il processo sintetico, dagli autori sopracitati, è intepretrato nel seguente modo:

I $CH_3O . C_6H_5 \longrightarrow CH_3O . C_6H_4 . CO . CH_3$

$$+ HX$$

$$CH_3O . C_6H_4 . CO \qquad CO . C_6H_4 . O CH_3$$

$$CH_3 \quad O \quad CH_3$$

$$\quad\quad \| \quad$$

$$\quad\quad C—OH$$

$$\quad\quad |$$

$$\quad\quad CH_3$$

$$\quad\quad \downarrow$$

II $\quad\quad X$

$$\quad\quad |$$

$$\quad\quad O$$

$$CH_3O . C_6H_4 — C \qquad C . C_6H_4 O CH_3$$

$$\quad\quad HC \qquad CH$$

$$\quad\quad C$$

$$\quad\quad CH_3$$

Inoltre essi hanno trovato che i sali di 4-metil-2.6-diarilpirilio trattati cogli idrossidi dei metalli alcalini o con un eccesso di acetato sodico dànno origine a delle sostanze bleu-violette incristallizzabili. Queste sostanze per la loro composizione si debbono considerare risultanti dalla eliminazione

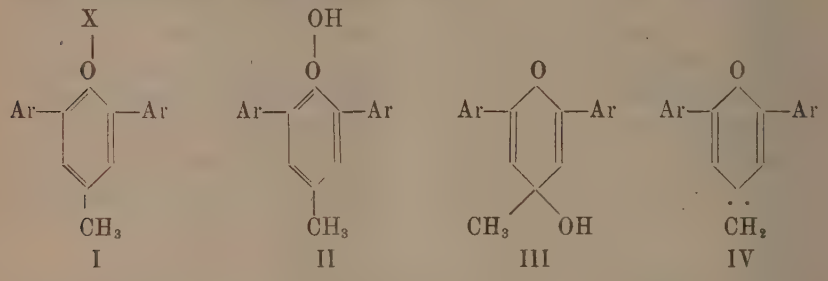
(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Torino.

(2) B. 54, 1484 (1921).

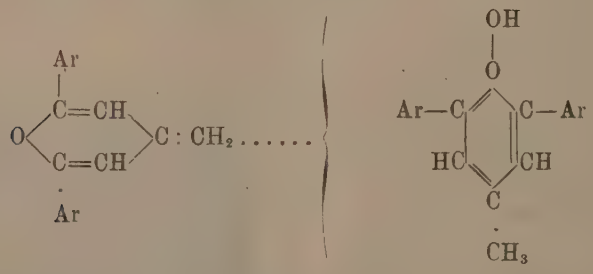
(3) J. pr. 94,72 (1916).

di una molecola d'acqua da due molecole della base ossonica e rispettivamente dalla pseudobase, il piranolo. Per la loro dissociabilità, per il loro comportamento verso i solventi organici specialmente riguardo alla temperatura, le sostanze bleu-violette devono ritenersi dei prodotti di addizione analoghi ai chinidroni, e perciò si possono considerare come piranidroni della serie del pirano.

Per azione degli idrossidi alcalini o dell'acetato sodico in eccesso sui sali di 4-metil-2,6-diarilpirilio risulterebbe dapprima la base ossonica, la quale subirebbe le seguenti trasformazioni:



Le sostanze bleu-violette, i cosidetti piranidroni, risulterebbero da una molecola di un γ-metilenpirano IV che allo stato nascente si unirebbe con una molecola della base ossonica II

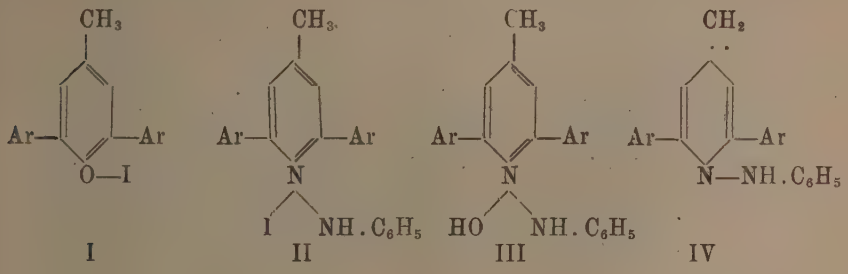


Queste idee, qui succintamente riportate, sono contenute in una prima Nota di Schneider (1) sui cosidetti piranidroni. In una seconda Nota (2), lo stesso Autore si occupa specialmente dei composti i quali risultano per azioni delle basi organiche, quali l'anilina e la fenilidrazina, sui sali di 4-metil-2,6-diarilpirilio.

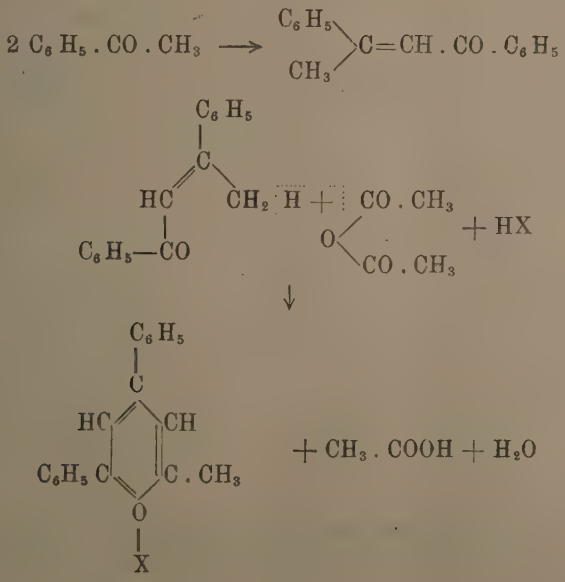
Di queste reazioni a me interessa mettere in evidenza quella che avviene con la fenilidrazina per la quale secondo Schneider risulterebbero i sali di N-fenilamino-4-metil-2,6-diarilpiridinio.

(1) Loc. cit.
(2) B. 54, 2285 (1921).

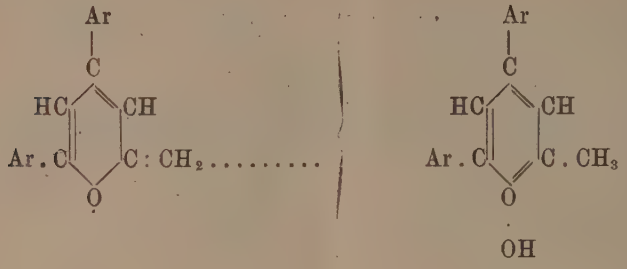
Questi sali di basi quaternarie, trattati con gli idrossidi dei metalli alcalini, dànno origine a delle base terziarie IV, intensamente colorate in bleu-scuro, le quali si formerebbero secondo gli schemi:



W. Schneider svolge questi concetti fondandosi *sulla premessa errata che dalla condensazione dei chetoni del tipo* Ar . CO . CH_3 *con l'anidride acetica risultino i sali di 4-metil-2,6-diarilpirilio*. Invece, come io ho già dimostrato in un'altra Nota, *condensando l'acetofenone con l'anidride acetica risulta il sale di 2-metil-4,6 difenilpirilio*, quindi il gruppo metilico non si trova legato all'atomo di carbonio in γ rispetto all'etero-atomo, ma all'atomo di carbonio in posizione α. La condensazione dei chetoni del tipo Ar . CO . CH_3 con l'anidride acetica nelle condizioni di esperienza di Dilthey e di Schneider, non avviene secondo il processo sintetico indicato da quest'ultimo Autore, ma bensì, come io ho dimostrato, nel seguente modo:

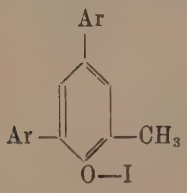


Questa formula di struttura dei sali di pirilio, seguendo il concetto di Schneider sulla natura di composti dimolecolari delle sostanze bleu-violette, porterebbe alla formula

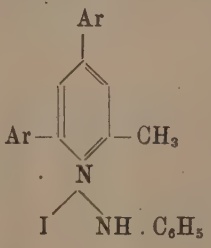


cioè di un piranidrone, analogo a un chinidrone di un o-chinone. Spetta ora all'Autore citato di dire, se così modificata ritiene di poter ancora mantenere la sua ipotesi sulla natura delle sostanze bleu-violette.

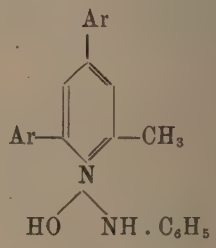
La nuova formula di struttura dei sali di 2-metil-4,6-diarilpirilio permette di dare una migliore interpretazione alla reazione per la quale da detti sali con la fenilidrazina si originerebbero gli N-fenilamino-derivati della 2-metilen-4,6 diaril-1,2-diidropiridina V



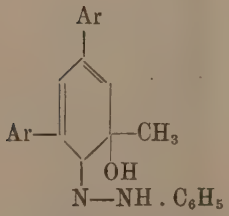
I



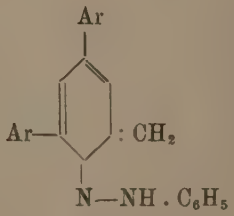
II



III



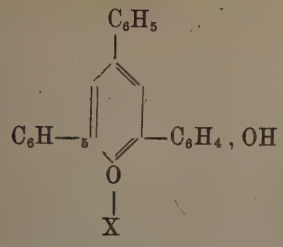
IV

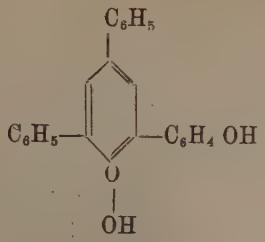


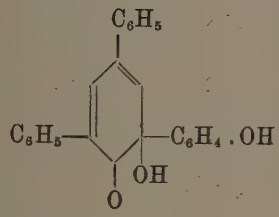
V

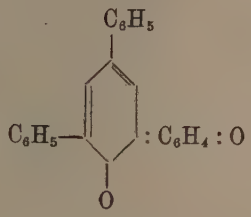
perchè la reazione così interpretata trova una perfetta analogia col comportamento del sale di 2-p-idrossifenil-4,6-difenilpirilio e di altri sali di

pirilio strutturalmente analoghi studiati da Dilthey (1)

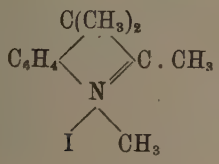


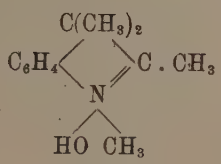


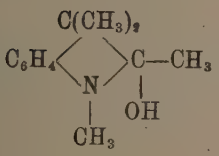


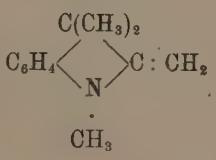


e con quello dei sali quaternari della N-metil-trimetilindolenina (2)









(1) B. 52, 1195 (1919).
(2) B. *37*, 4227 (1904).

Geologia. — *Il conglomerato di Como.* Nota II di Emilio Repossi, presentata dal Socio Artini.

Il conglomerato mostra una variazione di composizione abbastanza netta in senso verticale, e questo, s'intende, indipendentemente dalle alternanze di arenarie e di puddinghe alle quali si è già accennato. A tal proposito mi sembra, per esempio, degno di rilievo il fatto che il *serizzo ghiandone*, scarsissimo o mancante del tutto nella più bassa parte della formazione, diventa abbondante e caratteristico qualche centinaio di metri più in su. I ciottoli eocenici, che abbiamo or ora ricordati, sono invece concentrati quasi esclusivamente nei banchi inferiori del conglomerato.

Una variazione di composizione si rileva anche in senso orizzontale, e non solo a grandi linee (ciò che sarebbe abbastanza ovvio) ma anche a piccoli intervalli di distanza. Così, ad esempio, nel tratto collinesco che sta tra Camerlata e S. Fermo, proprio dinanzi allo sbocco della vallata del ramo comasco del Lario, mancano in modo quasi assoluto gli elementi calcarei. Quando si pensi che fin oltre Menaggio, ossia per una trentina di chilometri, tale vallata è incisa entro calcari e dolomie secondarî, fa meraviglia la enorme scarsità di simili rocce in un conglomerato interamente costituito da elementi cristallini provenienti dalla più alta parte della valle stessa.

Ma se noi ci portiamo appena qualche centinaio di metri ad est di Camerlata o qualche decina di metri ad ovest di S. Fermo, troviamo qua e là nel conglomerato sciami di ciottoli di calcari liasici, e ciottoli calcarei o dolomitici del trias, che rappresentano la fascia secondaria prealpina, pur mantenendosi, forse solo apparentemente, più scarsi di quanto ci si potrebbe a bella prima attendere.

Come pure caratteristico è il contrasto tra la composizione del conglomerato comense, quasi interamente costituito da elementi cristallini, e quella della breccia eocenica di Montorfano, esclusivamente formata, come la puddinga cretacea di Sirone, da elementi (calcari e selci) del secondario locale.

Queste considerazioni mi sembrano di qualche interesse quando si vogliano cavare deduzioni in riguardo alle questioni generali accennate sin da principio ed al modo stesso di formazione del conglomerato, ch'è certo un curioso problema, come provano le lunghe discussioni che si son fatte intorno ad esso.

Ma, sempre a questo proposito, mi parve pure opportuno tener conto non solo della composizione, dirò così, qualitativa del conglomerato, ma anche della sua composizione quantitativa.

Fu già detto da molti che il conglomerato comense consta, almeno per nove decimi, di elementi cristallini e che questi sono molto varî: ci troviamo dunque davanti a un tipico conglomerato poligenico, giustamente associato al classico *Nagelfluh* poligenico della Svizzera. E questa è pura verità.

Ma tale affermazione generica lascia in ombra alcuni fatti degni di nota. Così, ad esempio, è utile constatare che nel tratto Como-Malnate una roccia forse prevale su tutte le altre indistintamente: e questa è la *tonalite* che nella Nota I abbiamo ricordato. Certo è che il conglomerato in taluni punti è formato, almeno per tre quarti, da tale roccia e che questa non manca mai a nessun livello ed in nessun punto della formazione, neppure al suo estremo occidentale; e di essa constano in prevalenza i grossi e problematici blocchi accennati più indietro. Il serizzo ghiandone, pur esso qualche volta abbondantissimo, e la stessa congerie di rocce gneissiche e scistoso-cristalline, varie e di significato meno caratteristico, che ordinariamente predomina, la cedono spesso in diffusione di fronte alla tonalite.

Questo fatto mi pare sia da porsi tra i più salienti per quanto riguarda la composizione del conglomerato, e mette in maggiore rilievo la relativa singolarità della roccia stessa, che, anche dal semplice punto di vista petrografico, offre qualche interesse. Essa infatti, che in tutta l'estensione della formazione mostra una mirabile costanza di aspetto ed una fisonomia affatto caratteristica, non trova riscontro sicuro in nessuna roccia oggi ampiamente affiorante nel tratto della regione alpina che va dalla Valsesia alla bassa Valtellina, mentre, come già dissi, ha una perfetta somiglianza con la tonalite del gruppo Adamello-Tonale.

La sola roccia che si possa in qualche modo paragonare alla nostra è la diorite che ho chiamato del M. Bassetta, che, come è noto, forma una lunga striscia che si stende dalla bassa Valtellina fin sotto Bellinzona, e può considerarsi come una *facies* periferica del massiccio granitico di Val Masino. Ma questa roccia, che, data la opportuna estensione del suo affioramento, potrebbe spiegare bene la presenza e l'abbondanza di ciottoli tonalitici in tutti i punti della formazione conglomeratica, presenta, nella parte ch'è tuttora conservata, una notevole differenza d'aspetto e di composizione con la nostra tonalite, e non sembra identificabile con questa.

Mentre invece è perfettamente identico con la nota roccia di Val Masino il serizzo ghiandone che abbonda allato alla tonalite nel conglomerato comense. Questa concomitanza m'induce anzi a supporre che l'origine della tonalite stessa sia da ricercarsi in qualcuna delle masse di tale roccia che son venute rintracciandosi nelle vicinanze del massiccio di Val Masino e che probabilmente rappresentano gli ultimi rimasugli di una più grande massa, in molta parte distrutta dall'erosione. Se così non fosse, non vedrei ragione perchè la concomitanza serizzo-tonalite non dovesse ripetersi anche nei depositi morenici.

Il caso è dunque interessante; tanto più che sembra ripetersi per altre rocce del conglomerato, il cui luogo d'origine pare debba ricercarsi nell'alta Engadina.

Ma tutti questi quesiti saranno esposti e discussi ampiamente in seguito, insieme cogli stessi particolari strutturali e tectonici della nostra formazione, già noti nelle linee generali.

Non posso però chiudere questi brevi cenni preventivi sul nostro studio senza esprimere il dubbio che possa esser mantenuto immutato il riferimento cronologico del conglomerato comense, attribuito ora al tongriano per le somiglianze sue con le formazioni oligoceniche piemontesi e per il rinvenimento in esso di un frammento osseo di tragulide di tale età. Parecchi dei fatti osservati mi indurrebbero ad un sensibile ringiovanimento di tutta la formazione.

Ma la questione è delicata e andrà trattata con molta prudenza, perchè essa è importantissima nel determinare la portata generale dei risultati del nostro studio, per la quale, come ognun vede, è necessario che l'età del conglomerato comense sia accertata nel modo più sicuro possibile.

Zoologia. — *Lo stomaco della larva di Anopheles claviger* Fabr. *e la dualità delle cellule mesointestinali degli Insetti* [1]. Nota I preliminare del dott. Enrico Federici, presentata dal Socio B. Grassi.

Negli anni 1920-21, ho eseguito una serie di ricerche istologiche sull'*Anopheles claviger* Fabr. (sin. *maculipennis* Meig.), rivolgendo particolare attenzione allo studio del canale digerente larvale e delle sue appendici. Credo opportuno riassumere i risultati ottenuti su questo argomento e anticiparne la pubblicazione, perchè essi mi sembrano costituire un contributo alla soluzione, tuttora controversa, di un interessante problema di entomologia generale [2].

È noto che, fino a pochi anni or sono, per consenso della maggior parte degli autori, si è ritenuto che le cellule dello stomaco degli Insetti siano (morfologicamente e fisiologicamente) di una sola specie, cioè che abbiano la medesima origine e che ad ogni elemento competano le medesime fun-

(1) Lavoro compiuto nell'Istituto di Anatomia comparata dell'Università di Roma.

(2) Con animo riconoscente, ringrazio il prof. B. Grassi (che ha diretto e agevolato le presenti ricerche), il prof. C. Artom (cui debbo varie indicazioni tecniche) e la professoressa Anna Foà (che ha riletto il mio lavoro, opportunamente consigliandomi di indagare la struttura del canale digerente col metodo delle « colorazioni vitali »).

zioni (capacità di secernere i succhi digestivi, capacità di assorbire i materiali digeriti). Gli aspetti e le forme, talvolta diversissimi, descritti nelle cellule intestinali di una stessa specie e di uno stesso individuo, sono stati (dai sostenitori dell'unicità morfologica e della bipolarità funzionale di questi elementi) attribuiti alla diversità delle fasi o stadii di esistenza individuale, in cui le singole cellule potevano eventualmente trovarsi. Secondo questa concezione, le basi strutturali del processo digestivo-assimilatorio, sarebbero, negli Insetti, profondamente diverse da quelle proprie di tutti gli altri Invertebrati e Vertebrati a digestione extracellulare (cioè non fagocitaria), inquantochè questi ultimi posseggono sempre cellule o complessi di cellule, morfologicamente diversi e distinguibili, gli uni dei quali sono adibiti alla secrezione dei fermenti digestivi e gli altri all'assorbimento dei materiali digeriti.

Questa singolare eccezione ha fatto sì che non siano mancati gli avversarii dell'ipotesi unitaria, sia fra gli entomologi a noi meno vicini (1), sia fra quelli recenti e recentissimi. Tra gli ultimi merita particolar menzione il Deegener (2), il quale (in seguito a minute ricerche sul processo della secrezione intestinale nella larva di *Deilephila euphorbiae* L. e in *Macrodytes* [*Dytiscus*] *circumcinctus*) ha affermato che, almeno in certe specie di Insetti, l'epitelio mesointestinale è costituito « aus zwei morphologisch und « physiologisch unzweifelhaft verschiedenen Zellarten, zwischen welchen Ueber« gänge nicht existieren » (3). I caratteri differenziali fra queste due sorta di cellule sono stati da me schematicamente riuniti nella seguente tabella:

V'è un rabdorio più o meno distinto.	Non v'è un rabdorio distinto.
Sono elementi secernenti, ma anche capaci di assorbire, almeno negli intervalli tra due fasi di secrezione.	Sono elementi esclusivamente secernenti.
Il secreto assume la forma di sferule, ognuna circondata da una distinta pellicola e con un contenuto jalino o granuloso. Tali sferule passano attraverso il rabdorio (non essendovi un'apertura vera e propria per il loro passaggio) e, prima di sciogliersi, mantengono per un certo tempo la loro individualità anche nel lume intestinale.	Il secreto non assume mai la forma di sferule, ma è diffuso e acidofilo. Esso passa all'esterno attraverso un'apertura, (che esiste spesso, ma non sempre) della superficie cellulare, e non improvvisamente, ma gradualmente.

(1) Questi sono menzionati in Henneguy L. F., *Les Insectes* (*morphologie, reproduction, embryogénie*), Paris 1904; e in Berlese A., *Gli Insetti, loro organizzazione, sviluppo* ecc., vol. I, Milano 1909, pag. 741 e sgg.

(2) Deegener P., *Beiträge zur Kenntnis der Darmsekretion. I. Teil: Deilephila euphorbiae L.* (Arch. f. Naturgesch., 75, Jahrg., Bd. I, 1909); *II. Teil: Macrodytes* (*Dytiscus*) *circumcinctus* (Ibid., 76, Jahrg., Bd. I, 1910).

(3) Lo stesso Deegener ha riassunto e generalizzato le sue vedute nell'« *Handbuch der Entomologie* », herausg. v. Chr. Schröder, Bd. I, S. 273 u. ff., Jena 1913.

Il nucleo occupa una posizione variabile, ma generalmente si trova nella metà apicale della cellula.	Al principio del processo secretorio, il nucleo si trova basalmente; a mano a mano che l'intensità della secrezione aumenta, esso si sposta verso la superficie, giungendo fino a metà della cellula.
Il secreto non occupa mai la massima parte della cavità cellulare.	Il secreto, nelle fasi più intense del processo di sua formazione, scaccia quasi tutto il plasma, che rimane solo sotto forma di minuti e sottilissimi setti.
Sono state osservate in moltissimi Insetti; la loro presenza sembra costante e la loro diffusione generale.	Sono state messe in evidenza soltanto in larve di Lepidotteri, in *Cetonia aurata*, in *Gryllotalpa*, in Efemeridi ed Escnidi.
Denominazioni: Zylinderzellen (Frenzel), Sphaerocyten (Deegener).	Denominazioni: Becherzellen (Leydig, List), Schleimzellen (Auct.), Calycocyten (Deegener).

Per contro, lo Steudel (1), che ha seguìto le fasi del processo digestivo in varie specie di Insetti è giunto a conclusioni affatto opposte, affermando che « das wichtigste Ergebnis [seiner Untersuchungen] ist die Doppelfunktion « (Absorption und Sekretion) der aktiven Darmepithelzellen, die in zwei « Stadien anzutreffen sind, im Absorptionsstadium (von verschiedenen Au- « toren auch Rukestadium genannt) und im Sekretionsstadium. Zwischen « beiden können Uebergänge beobachtet werden » (*loc. cit.*, p. 217 (2).

Un nuovo contributo alla soluzione del complicato problema ha portato recentemente la Foà (3), con lo studio dell'epitelio mesointestinale del baco da seta. Da varii anni era noto (grazie alle ricerche del Nazari e del Verson) che le cellule dell'intestino medio dei bachi sani si presentano sotto due aspetti, pressochè regolarmente alternati, l'uno cilindrico o a clava, l'altro caliciforme; ora la Foà ha notato che, nei bachi malati da flaccidezza, le cellule caliciformi sono ridotte, alterate o quasi completamente scomparse, mentre le altre si conservano, più o meno bene. La spiegazione di questo fatto presenta gravi difficoltà, se si ammette (come si vorrebbe dai più) che le cellule caliciformi e le cilindriche siano fasi diverse di elementi morfologicamente simili, ed è invece molto facilitata, se si ammette trattarsi di due sorta di formazioni, morfologicamente differenti. L'autrice ha adottato quest'ultima ipotesi, dopo aver constatato: *a*) che negli embrioni maturi (in cui l'intestino non ha ancora funzionato) e nei bachi appena nati

(1) Steudel A., *Absorption und Sekretion im Darm der Insekten.* Zool. Jahrb. Abt. f. allg. Zool. u. Physiol. d. Tiere, Bd. XXXIII, 1913, pp. 165-224

(2) È opportuno avvertire che, in realtà, tra le ricerche dello Steudel e quelle del Deegener, non esiste quella aperta e stridente contraddizione, che sembra esservi a prima vista, inquantochè le specie di Insetti adoperate dai due Autori sono diverse e sistematicamente molto lontane.

(3) Foà A., *L'epitelio dell'intestino medio nel baco da seta sano e in quello malato di flaccidezza.* Rend. Ist. Bacol. Sc. Sup. di Agric. di Portici, vol III, 1918, pp. 41-69.

si possono già differenziare le due sorta di cellule; *b*) che nei varii stadii della digestione, cellule caliciformi e cellule cilindriche rimangono sempre distinte e non presentano forme di passaggio; *c*) che ambedue le sorta di cellule hanno funzione secernente e che, probabilmente, soltanto gli elementi cilindrici hanno funzione assorbente.

Tali essendo i dati essenziali, che attualmente possediamo, l'ipotesi della unicità degli elementi mesointestinali risulta inadeguata a dare una spiegazione di tutti i reperti finora noti e, per contro, l'ipotesi opposta non è ancora documentata con sufficiente ampiezza.

Vediamo ora se e quanto la conoscenza dello stomaco della larva anofelica possa contribuire alla soluzione del problema (1).

Lo stomaco della larva anofelica è la parte più appariscente e voluminosa del tubo digerente (2): esso ha la forma di un lungo tubo cilindrico, ordinariamente riempito da una colonna di ingesti, che sono generalmente frammenti di alghe filamentose e detriti vegetali o di altra natura; procedendo dall'esterno all'interno, vi si possono identificare le seguenti formazioni, disposte concentricamente l'una intorno all'altra: *a*) la tunica connettivale, *b*) lo strato muscolare, *c*) la membrana basale, *d*) l'epitelio digerente, *e*) la membrana peritrofica.

Nella presente sommaria esposizione possiamo limitarci a considerare il solo epitelio digerente: questo presenta, a fresco, un colore debolmente giallastro, eccettuata la parte posteriore ove la tonalità del giallo è più intensa; con l'aiuto di questa diversità di colore, un occhio esercitato e pratico del materiale riesce a discernere, anche a fresco, una concomitante differenza istologica, che si può controllare poi, con grande evidenza, nei preparati di sezioni colorate. Osservando una sezione che interessi tutta la parete dello stomaco, in modo da metterci innanzi la faccia delle cellule opposta al lume intestinale (cioè rivolta verso la cavità del corpo) si vede la metà anteriore caratterizzata dalla presenza di grosse cellule, più o meno nettamente poligonali, con protoplasma che si colora in rosso-violaceo, piuttosto pallido. Tra queste cellule se ne intercalano altre, colorate più intensamente, più piccole, ovalari e con nucleo relativamente più grosso; infine, gruppetti di 2-3 piccoli nuclei, attorno a ciascuno dei quali non esiste una zona di plasma nettamente definito da un limite cellulare, sono disposti

(1) Questo è dichiarato attualmente « rimesso sul tappeto » anche dal Berlese, già autorevole sostenitore dell'ipotesi unitaria (v. A. Berlese, *Gli Insetti, loro organizzazione*, ecc., vol. II, Milano 1921, nota alle pp. 685-86).

(2) Sulle varie parti del tubo digerente, sugli organi emosteatici e sul sistema nervoso ho compiuto altre ricerche, la cui esposizione debbo riservare alla Memoria completa. Il lettore potrà acquistare una conoscenza sommaria dell'intestino della larva anofelica, consultando il lavoro di A. D. Imms (*On the larval and pupal stages of Anopheles maculipennis Meig. Part I. The larva.* Journ. of Hygiene, vol. VII, 1907, pp. 291-318).

irregolarmente (almeno in apparenza) fra queste due sorta di cellule (che, per ora, ci limiteremo a chiamare cellule grandi e cellule piccole); essi corrispondono verosimilmente a zone di rigenerazione dell'epitelio. Man mano che si procede verso la metà posteriore dello stomaco, le cellule grandi diminuiscono di numero e anche (ma non molto sensibilmente) di dimensioni, fino a che scompaiono verso la metà dello stomaco e sono sostituite totalmente dalle cellule piccole.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

F. Tricomi. *Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di 2° ordine di tipo misto* (pres. dal Corrisp. Severi).

PERSONALE ACCADEMICO

Col più vivo dolore il Presidente Volterra partecipa all'Accademia la notizia della morte di uno dei Soci più anziani del nostro Sodalizio, il prof. Torquato Taramelli, che per oltre 40 anni fu professore di Geologia all'Università di Pavia. Era nato a Bergamo il 15 ottobre 1845 e faceva parte dell'Accademia dei Lincei dal 1879. L'Accademia gli conferì il premio Reale in Mineralogia e Geologia fino dal 1880 per i suoi studii sulla Geologia delle Provincie Venete. Fu questo anzi il primo dei premi Reali conferiti in questa disciplina. Le sue opere sono numerosissime; fra queste sono da citare quelle sul Friuli e gli studii geologici sulle nuove provincie acquisite all'Italia. Egli fu uomo mite, buono ed amatissimo dai Colleghi che ne piangono la perdita. Il Presidente propone e la classe approva che alla famiglia ed in particolare al collega Antonio Taramelli, figlio dell'illustre estinto, siano mandate profonde condoglianze. Alle parole di rimpianto pronunciate dal Presidente, si unisce cordialmente anche l'Accademico De Stefani.

In questa stessa ora, a Bologna, aggiunge il Presidente, la Università commemora solennemente un altro amato e compianto Socio, il sen. Giacomo Ciamician. Le più alte notabilità Italiane, a cominciare da S. M. il Re, associansi alla mesta e nobile cerimonia. La nostra Accademia vi è rappresentata dai nostri Soci e Corrispondenti presenti in Bologna. Ma non sono i soli Soci che si trovano in Bologna, che prendon parte a tali onoranze; siamo anche tutti noi presenti in ispirito a questa cerimonia.

Il Segretario Castelnuovo, a nome del Socio C. Segre, legge i seguenti cenni commemorativi del Socio straniero Carlo Teodoro Reye.

Alla vigilia della nostra entrata in guerra, io ricevevo una cartolina postale, datata « *Strassburg Els.*, 18-5-15 », col visto della censura tedesca, così composta:

« *Lieber Freund und College, Bewahren Sie mir Ihre freundschaft-*
« *lichen Gesinnungen, wie ich die meinigen Ihnen bewahren werde, auch*
« *wenn Italien, wie ich fürchte, in den Weltkrieg hineingerissen wird.*
« *Herzlich grüsst Sie*

« *Ihr.* Th. Reye ».

Questo atto gentile, che m'aveva commosso, e che mostra la delicatezza di sentimento del nostro compianto Collega, mi si è riaffacciato alla mente quando, giorni sono, dalla Presidenza dell'Accademia ho avuto l'invito a commemorare Teodoro Reye. Ben volentieri dirò — sia pur brevemente — di Lui: che avevo cominciato ad ammirare fin da studente, leggendo la sua classica *Geometrie der Lage*; e col quale poi non avevo tardato ad entrare in relazione scientifica, ed anche personale, sì da poter apprezzare, oltre al valore del matematico, la grande bontà d'animo dell'uomo: vero gentiluomo!

Nato a Cuxhaven il 20 giugno 1838, addottoratosi nel 1861 a Gottinga, era passato verso il 1864 ad insegnare nel Politecnico di Zurigo, nel 1870 a quello di Aachen, e dal 1872 in poi nell'Università di Strasburgo. Quivi nel 1908 era stato collocato a riposo: ma non aveva smesso di lavorare; e l'ultimo suo lavoro porta la data di un mese prima della sua morte. Occupata Strasburgo dai Francesi, il Reye e la sua Signora venivano nel marzo 1919 espulsi da quella città, in cui avevan vissuto ben 47 anni, senza riguardo alla loro tarda età; ed andavano a rifugiarsi a Würzburg presso una loro figlia. E colà, poco dopo, il 2 luglio, Egli spirava [1].

Aveva esordito nella scienza con lavori di Fisica matematica e di Meteorologia. Ma, poichè a Zurigo il corso del Culmann, fondatore della Statica grafica, si basava sulle teorie della Geometria di posizione, e il classico trattato di Staudt era troppo difficile per gli studenti; Reye fu condotto ad insegnare quelle teorie e ad esporle in un nuovo trattato, che uscì in due parti nel 1866 e nel 1868, e che poi si è ristampato più volte, con sempre nuove modificazioni ed ampliamenti. In questo modo Egli veniva acquisito definitivamente alla Geometria pura, e si affermava in essa con un libro che è un capolavoro.

La *Geometrie der Lage* del Reye costituisce il naturale sviluppo del programma che Steiner nel 1832 aveva bandito colla *Systematische Ent-*

[1] Il medico ha riferito che Reye, nelle sue ultime ore, andava osservando sè stesso con interesse scientifico. Sentendosi preso da soffocazioni, domandava: « è questo adesso il rantolo della morte? ». — Così mi scriveva il prof. St. Jolles, che del Reye fu discepolo e amico, ed anche valente collaboratore nel preparare le ultime edizioni della *Geometrie der Lage*.

wickelung: svolgere le proprietà delle figure, generando queste per mezzo delle corrispondenze projettive tra forme geometriche fondamentali. Se l'opera dello Staudt del 1847 aveva un carattere di maggiore originalità, e, per certi riguardi, di una più grande perfezione; il libro del Reye, pur basandosi su quella, appare più didattico, più attraente, e più atto a dimostrare la grande fecondità del metodo inaugurato da Steiner. Le forme projettive di 1ª, di 2ª, di 3ª specie concorrono a generare coniche, quadriche (queste al modo di Seydewitz, con stelle reciproche), curve e superficie del 3° ordine, complessi di rette, e così via. Le diverse teorie si dispongono in un insieme armonico, imponente; esse tracciano veramente, come diceva W. Hankel, la « strada regia » delle Matematiche. — Sarebbe fuori luogo rilevare in questa occasione tutte le cose originali di quell'opera. Ricorderò solo che in essa per la prima volta è studiato l'importante complesso quadratico di rette, che fu poi chiamato *complesso di Reye*, o *complesso tetraedrale*, e che qui vien definito come il complesso delle rette congiungenti i punti omologhi di due spazi collineari (1). Servendosi di esso, l'Autore riesce a fare una teoria sintetica dei fasci di quadriche, colle quartiche basi, ecc.

A questa pubblicazione tenne dietro una lunga serie di memorie, in alcune delle quali varî argomenti già nominati sono ulteriormente approfonditi; in altre vengono svolte nuove ricerche.

Sono di particolare interesse anzi tutto un gruppo di lavori pubblicati dal 1870 al 1875 nel Journal di Crelle. Chiamando n^{mo} *momento* di un sistema di masse rispetto ad un piano la somma dei prodotti di queste masse per le potenze n^{me} delle loro distanze da un piano, si vede subito che i piani il cui n^{mo} momento rispetto a un dato sistema è zero inviluppano una superficie algebrica di classe n. Ogni superficie algebrica si può ottenere in questo modo, da un conveniente numero di masse. Ciò porta a ricercare e a sfruttare le possibili rappresentazioni delle forme algebriche d'ordine n come somme di potenze n^{me}. Così per $n=2$ si hanno dei teoremi sui tetraedri, pentaedri, ed esaedri polari rispetto a quadriche: e qui Reye s'incontra colla *Géométrie de direction* di P. Serret (1869). Per $n=3$ si ottiene il pentaedro di Sylvester delle superficie cubiche: che viene ora costruito partendo dal nuovo concetto di *esaedri polari*, molto utile nella più recente teoria di quelle superficie, come poi fu messo in luce anche dal nostro Cremona. — Da queste considerazioni il Reye è stato condotto ad un'estensione della dottrina della polarità rispetto ad una superficie di classe n: una superficie d'ordine $k<n$ ha, rispetto a quella, per polare una superficie di classe $n-k$. Ne deriva il concetto di superficie *apolari*, e una teoria generale dell'*apolarità*, che ha la massima importanza nella moderna tratta-

(1) Subito dopo H. Müller dimostrava, seguendo l'indirizzo del Reye, che quel complesso si può anche definire direttamente dal tetraedro nel modo ben noto.

zione degl' invarianti, e che è merito speciale del Reye l'aver per primo avviata coi suoi lavori.

Un'altra serie notevole, più recente, di memorie è quella dedicata ai sistemi lineari di forme projettive. Indicando con a_{ik} delle forme lineari nelle coordinate di punto, l'equazione $\Sigma\lambda_i \mu_k a_{ik} = 0$ rappresenta un piano: che descrive un fascio, una stella, uno spazio, se, tenute ferme le μ, si fan variare le λ, supposte in numero di 2, 3, 4; e questa forma geometrica varia poi projettivamente a sè stessa, se si mutano le μ. Così nasce il *sistema lineare di forme projettive*; e si vede che, scambiando l'ufficio ai due gruppi di parametri λ e μ, nasce un sistema lineare *coniugato* al precedente. Si può dire che primo F. Schur, in una bella memoria di geometria pura del 1881, aveva messo in luce, in alcuni casi notevoli, sistemi sì fatti di forme projettive: prendendo del resto le mosse dalla *Geometrie der Lage* di Reye. Ma questi ha poi trattato a fondo un grande numero di altri casi, determinando e studiando le diverse figure geometriche che così si posson generare.

Fra gli enti più interessanti della geometria moderna stanno le congruenze di rette del 2° ordine, la cui determinazione è dovuta a Kummer. Per quelle prive di linea singolare Reye ha scoperto due generazioni geometriche semplici ed eleganti. L'una è legata al complesso tetraedrale. Una congruenza di 2° ordine e di 6ª classe della 1ª specie di Kummer, od anche di 2° ordine e di classe < 6, si può ottenere come composta delle rette in cui si tagliano le coppie di piani tangenti omologhi di due quadriche riferite collinearmente. — L'altra generazione si connette alle trasformazioni quadratiche multiple dello spazio, ripetutamente trattate dal Reye. Riferendo projettivamente un sistema lineare ∞^3 di quadriche di uno spazio Σ al sistema dei piani di uno spazio Σ_1, si ottiene una trasformazione puntuale, che ha in Σ una superficie doppia (Jacobiana) del 4° ordine, e in Σ_1 una superficie limite, o di diramazione, Φ, di 4ª classe e del 16° ordine. Ma l'ordine di Φ si abbassa di 2 unità ogni volta che il sistema triplo di quadriche acquisti un punto base. Alle rette di Σ passanti per un tal punto corrispondono in Σ_1 le rette di una congruenza di 2ª classe e del 7° ordine, avente Φ per superficie focale; oppure, se vi sono altri 1, 2, 3, 4, 5 punti base, le rette di una congruenza di 2ª classe e del 6° ordine (della 2ª specie nella classificazione di Kummer), o di ordine 5, 4, 3, 2.

Notevolissimo è il caso che il sistema di quadriche sia definito da 6 punti base scelti in modo generico. Si ha allora una trasformazione spaziale doppia, che dà come superficie limite la superficie di Kummer del 4° ordine e 4ª classe, e conduce nel modo più bello a tutte le proprietà dei 16 punti e piani singolari di questa superficie, e alle 6 congruenze quadratiche di cui essa è superficie focale. È questo uno dei più eleganti capitoli della moderna geometria sintetica. Esso è tutto dovuto al Reye, che ben a ragione lo ha poi introdotto nelle ultime edizioni del suo trattato.

Altri risultati di particolare interesse potrei ancora ricordare nella produzione scientifica del nostro Collega: ad esempio taluni sui complessi quadratici generali di rette, su una corrispondenza lineare che essi determinano fra quadriche-luoghi e quadriche inviluppi, ecc. Ma spero che i cenni precedenti bastino a caratterizzare la natura e il valore di quella produzione.

Artista non meno che scienziato, Reye ha molto contribuito a quella grandiosa e pure snella costruzione scientifica che è la Geometria di posizione, introducendo o svolgendo idee semplici e geniali; studiando, com'è carattere di essa, svariate figure in tal maniera da illuminarne di vivida luce le proprietà più profonde, e i legami che le uniscono. Non solo ci ha fatto conoscere nuovi veri; ma ci ha procurato squisiti godimenti estetici, quali solo può dare il bello. Onore e gratitutine a Lui!

PRESENTAZIONE DI LIBRI

L'Accademico Segretario Castelnuovo presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci Silvestri e Washington, dei professori Archibald e Pearl, e due Commemorazioni del Socio prof. V. Reina, dettate dall'ing. Cassinis.

Il Socio Foà fa omaggio di un capitolo, del vol. VIII del *Trattato di anatomia patologica* da lui diretto.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente Volterra annuncia alla Classe che è presente S. E. il dott. Angelo Gallardo, Ministro della Repubblica Argentina in Italia; e dà il benvenuto, a nome dei Colleghi e suo, a questo chiaro scienziato ed eminente uomo politico, a questo antico e provato Amico dell'Italia. Il Presidente ricorda i numerosi ed importanti lavori scientifici del dott. Gallardo, professore nell'Università di Buenos Ayres, e l'attiva e proficua opera da lui spesa per l'istruzione pubblica nel proprio paese, dove le scuole ebbero da lui notevolissimo incremento. Il sen. Volterra spera che gli stretti vincoli anche culturali che legano l'Italia all'Argentina, si avvantaggeranno per la presenza fra noi del dott. Gallardo, presenza che l'Accademia saluta con la più schietta e viva simpatia.

Il dott. Gallardo ringrazia, commosso, per la bella manifestazione di simpatia e per l'onore che gli vien fatto; aggiunge che egli inizia adesso la propria carriera diplomatica, ma che non l'avrebbe iniziata se ciò non fosse

avvenuto in Italia. Aggiunge poi, applaudito dai presenti, che per lui la migliore politica è quella della sincerità e della giustizia, e la migliore diplomazia quella del cuore.

Il Socio Grassi fa una comunicazione verbale sulle formiche argentine, delle quali descrive, con interessanti particolari, i costumi, la diffusione, ed enumera i danni che causa questo insetto, i gravi pericoli che il suo diffondersi presenta e i mezzi cui oggi si può ricorrere per combatterlo.

Alle notizie date dal Socio Grassi altre del pari interessanti ne aggiunge il dott. Gallardo, che osserva come l'appellativo di *argentina* dato alla formica in questione non risponda al vero, essendo il Brasile il luogo di origine del dannoso insetto.

G. C.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 5 marzo 1922.

Andoyer H. — L'oeuvre scientifique de Laplace. Paris, 1922. 12°, pp. 1-162.

Berzelius J. — Brev gemon H G. Söderbaum. vol. IV, 1. Uppsala, 1921. 8°, pp. 1-103.

Boegan E. — La grotta di Trebiciano. Studi e rilievi dal 1910 al 1921 (Estr. dalla Rassegna «Alpi Giulie»). Trieste, 1921. 8°, pp. 1-42.

Braccialini S. — I telemetri da costa e gli apparecchi accessori sistema Braccialini (Estr. dalla «Rivista d'artiglieria e genio», vol. III e IV). Roma, 1921. 8°, pp. 1-57.

Clerici E. — Sulla analisi isopicnomerica delle roccie (Estr. dai «Nuovi annali del Ministero per l'agricoltura», anno I. pp. 329-347). Roma, 1921. 8°.

De Angelis d'Ossat G. — L'argilla colloidale nel terreno agrario (Estr. dalle «Stazioni sperimentali agrarie italiane», vol. LIV, pp. 214-224). Modena, 1921. 8°.

De Angelis d'Ossat G. — Materiali naturali per cementi nell'Umbria (Estr. dalla Rivista «La Miniera Italiana», anno V). s. l. 1921. pp. 1-4.

Lasareff P. — Richerches sur la théorie ionique de l'excitation. I^e partie. Moscau, 1918. 8°, pp. 1-155.

Lasareff P. — Sur la relation entre la dureté et les costantes élastiques, thermiques et optiques des éléments (Estr. du «Bulletin de l'Académie des Sciences de Russie», 1918, pp. 2241-2244). Petergrad, 1919. 8°.

Peyronel B. — Sur l'identité du *Spirospora Castaneae* Mangin et Vincens et du *Stephanoma italicum* Sacc. et Trav. avec l'*Acrospeira mirabilis* B. et Br. (Estr. du «Bulletin de la Société mycologique de France», tome XXXVII, pp 56-61). Paris, 1921. 8°.

Peyronel B. — Una grave malattia del mandorlo prodotta dal «Fusicladium amygdali» Ducamet (Estr. dai «Nuovi annali del Ministero per l'agricoltura», anno I, pp. 27-44). Roma, 1921. 8°.

Serpieri A. — Per un'organica illustrazione della montagna italiana. Firenze, 1921. 8°, pp. 1-170.

Soler E. — Bibliografia geodetica italiana (R. Commissione geodetica italiana). Padova, 1921. 4°, pp. 1-63.

Terao A. — On the Development of *Panochirus yaponicus* (v. Siebold). (From « Report of the Imperial Fisheries Institute », vol. XIV). Tokyo, 1919. 8°, pp. 1-7

Traverso G. B. — Due interessanti micocecidii della Somalia (Estr. dalla Rivista di scienze naturali « Natura », vol. XII, pp. 179-189). Pavia, 1921. 8°.

Usai G. — Processi di riduzione su equazioni integrali di prima specie (Estr. dalle « Note e Memorie di matematica, vol. I, pp. 264-221). Catania, 1921. 8°.

Usai G. — Processi riduttivi su equazioni integrali (Estr. dai « Rendiconti del R. Istituto lombardo di scienze e lettere », vol. LIV, pp. 477-488). Milano, 1921. 8°.

Usai G. — Relazioni tra i simboli del Pascal e i simboli dell'Amaldi nella teoria delle derivate di ordine superiore delle funzioni composte (Estr. dal « Giornale di matematiche di Battaglini », vol. LIX). Napoli, 1921. 4°. pp. 1-12.

Usai G. — Sugli esponenti nelle ripartizioni (Estr. dal « Giornale di matematiche di Battaglini », vol. LVIII). Napoli, 1920. 4°, pp. 1-11.

Usai G. — Sulle soluzioni in termini finiti di equazioni integrali col nucleo (Estr. dai « Rendiconti del Circolo matematico di Palermo », tomo XLV). Palermo, 1921. 8°.

Presentate nella seduta del 2 aprile 1922.

Agamennone G. — Breve periodo sismico nel Viterbese il 10 maggio 1920 (Estr. dalla « Meteorologia pratica », anno II). Subiaco, 1921. 8°, pp. 1-2.

Agamennone G. — Il terremoto di Castel Romano (Roma) del 12 febbraio 1919. Rocca di Papa, 1922. 8°, pp. 1-8.

Agamennone G. — Il terremoto di Velletri del 20 marzo 1921. Rocca di Papa, 1921. 8°, pp 1-4.

Archibald R. C. — Euclid's Book on Divisions of Figures. Cambridge, 1915. 8°, pp. I-VII, 1-88.

Archibald R. C. — Notes on the Logarithmic Spiral, Golden Section and the Fibonacci Series (Repr. from « Jay Hambidge's Dinamic Symmetry ». 1920, pp. 146-157). Yale, 1920. 8°.

Archibald R. C. — Simon Newcomb (Repr. from « Science », vol. XLIV, n. 1147). Washington, 1916. 8°, pp. 1-17.

Cassinis G. — Commemorazione del professor Vincenzo Reina letta nell'Aula della R. Scuola di applicazione per gli ingegneri. Roma, 1921. 8°.

Cassinis G. — Commemorazione del professor Vincenzo Reina (Estr. dai « Rendiconti del Seminario matematico della Università di Roma », anno 1919-1920). Roma, 1921. 8°, pp. 1-20.

Cassinis G. — Determinazioni di gravità relativa eseguite nel 1919 a Roma, Napoli, Palermo, Teramo. Roma, 1921. 4°, pp. 1-23.

La conquista de le vie aeree nel mondo, vol. I. Roma, 1922. 8°, pp. 1-55.

De Montessus de Ballare R. — Notice sur les travaux scientifiques. Paris, 1922. 4°, pp. 1-37.

Fea L. — Note circa la manovra dei grossi pesi a bordo delle navi moderne (Estr. dalla « Rivista Marittima »). Roma, 1922. 8°, pp. 1-69.

Ivaldi G. — Le leggi delle soluzioni diluite ed elettrolitiche secondo il metodo sperimentale (Estr. dalla « Rivista tecnica d'elettricità e delle invenzioni », dal n. 1905 al n. 2000). Milano, 1922. 4°, pp. 1-34.

Merwin H. E. — Aphthitalite from Kilauea (Repr. from the « American Mineralogist », vol. VI, n. VIII, pp. 121-125). Washington, 1921. 8°.

Merwin H. E. — Mineralogy augite of Haleakala, Maui. Hawaiian Islands

(Repr. from the « American Journal of Science », vol. III, pp. 117-122). Washington, 1922. 8°.

MINER R. J. — The Gradual Withdrawal Method of Treating Morphinism : a Mathematical Note (From the « Johns Hopkins Hospital Bulletin », volume XXXII . Baltimore, 1921. 8°, pp. 1-3.

PAIS A. — Radioeccitamento degli organi ematopoietici nel tifo addominale. Roma, 1922. 8°, pp. 1-11.

PEARL R. — A biological classification of the causes of Death (From « Metron », vol. I, pp. 92-99). Rovigo, 1921. 8°.

PEARL R. — A further Note on War and Population (Repr. from « Science », vol. LIII, n. 1362, pp. 120-121). Washington, 1921. 8°.

PEARL R. — A statistical Note on epidemic Encephalitis (From the « Johns Hopkins Hospital Bulletin », volume XXXII). Baltimore, 1921. 8°.

PEARL R. — Influenza Studies (From the « Public Health Reports »). Washington, 1921. 8°, pp. 1-27.

PEARL R. — Modern Methods in Handling Hospital Statistics (From the « Johns Hopkins Hospital Bulletin », volume XXXII). Baltimore, 1921. 8°.

PEARL R. — Studies on the physiology of Reproduction in the domestic Fowl. XIX. On the Influence of free Choice of food materials on Winter egg Production and Body Weight (Repr. from the « American Journal of Hygiene », vol. I, pp. 253-277).

PEARL R. — The Biology of Death; I. The Problem - II. Conditions of Cellular Immortality - III. The Chances of Death - IV. The Causes of Death - V. The Inheritance of Duration of Life in Man - VI. Experimental Studies on the Duration of Life - VII. Natural Death, public Health, and the Population Problem (Repr. from the « Scientific Monthly », 1921. pp. 193-215, 321-335, 443-456, 489-516, 45-65, 143-162). Baltimore, 1921. 8°.

PEARL R. — The Significance of Biometry and vital Statistics to the Science of Medicine. s. l., s. d. 8°

PEARL R. — Variation in the Rate of Infant Mortality in the United States Birth Registration Area (Repr. from the « Transactions of the Eleventh Annual Meeting of the American Child Hygiene Association », St. Louis, 11-13. 1920). Baltimore, 1920. 8°.

PEPERE A. — Ghiandole a secrezione interna. Torino, 1922 8°, pp. I-XI, 1-319.

REED L. J. — Fitting Straight Lines (Extr. da « Metron », vol. I, n. III, pp. 56-60). Rovigo, 1921. 8°.

SILVESTRI F. — Description of a new Species of Embiidae from Southern Nigeria (From the « Transactions of the Entomological Society of London », pp. 449-451). London, 1922. 8°.

SILVESTRI F. — Stato attuale della lotta contro la mosca delle olive (Estr. dagli « Atti del I Congresso di arboricoltura meridionale »). Roma, 1922. 8°, pp. 1-31.

TRAVIS HOWARD. — The real Risk-Rate of Death to Mothers from Causes connected with Childbirth (Repr. from the « American Journal of Hygiene », vol. I, pp. 197-233). s. l., 1921. 8°.

TUMMARELLO A. — Su i sistemi omaloidici costituiti da monoidi aventi contatto di second'ordine nel vertice (Estr. dalle « Note e Memorie di Matematica », vol. I, pp. 289-298). Catania, 1921. 8°.

TUMMARELLO A. — Una nuova trasformazione birazionale $(n, 2n-3)$ dello spazio a tre dimensioni. Le superficie di de Vries (Estr. dalle « Note e Memorie di Matematica », vol. I, pp. 292-298). Catania, 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — Aphthitalite from Kilauea (Repr. from the « American Mineralogist », vol. VI, n. VIII, pp. 121-125). Washington, 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — Mineralogy. Augite of Haleakala, Maui, Hawaiian Islands (Repr. from the « American Journal of Science », vol. III, pp. 177-122). Washington, 1922. 8°.

WASHINGTON H. S. — Obsidian from Copan and Chichen Itza (Repr. from the

« Journal of the Washington Academy of Sciences », vol. XI, pp. 481-487). Washington, 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — Remarks on Volcanoes (Ropr. from « Special Publications of Bernice P. Bishop Museum », n. 7, pp. 361-368). Washington, 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — The Chemistry of the Pacific Volcanoes the Limitations of our Knowledge (Repr. from « Special Publications of Bernice P. Bishop Museum », n. 7, pp. 325-345). Washington. 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — The granites of Washington, D. C. (Repr. from the « Journal of the Washington Academy of Sciences », vol. XI n. XIX, pp. 459-470). Washington, 1921. 8°.

WASHINGTON H. S. — The Jade of the Tuxtla Statuette (From the « Proceedings of the United States National Museum », vol. 60). Washington, 1922. 8°. pp. 1-12.

WASHINGTON H. S. — The Lavas of the Hawaiian Volcanoes. Washington, 1921. 8°, pp. 1-13.